

*Universidade Federal de Santa Catarina*  
*Pós – Graduação em Engenharia Elétrica*

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina,  
Pós – Graduação em Engenharia Elétrica, para o preenchimento dos requisitos  
parciais para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE MÉTODOS NUMÉRICOS EM ELETROMAGNETISMO: O MÉTODO TLM EM DUAS DIMENSÕES**

Autora: Ana Cristina Fermino

Orientador: Prof. Adroaldo Raizer, Dr.

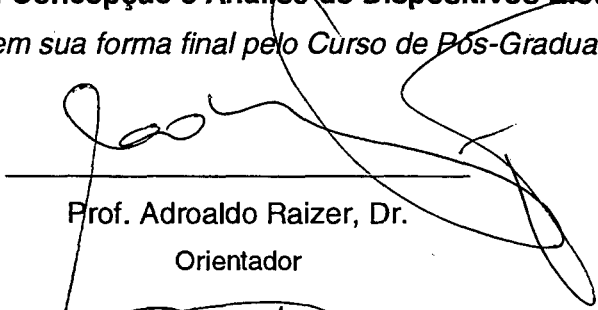
Florianópolis – Santa Catarina  
Dezembro de 1998.

**Contribuição ao Estudo de Métodos Numéricos em Eletromagnetismo: O Método TLM  
em Duas Dimensões**

**Ana Cristina Fermino**

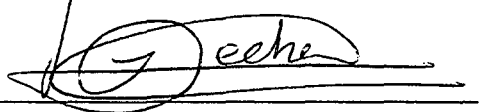
Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

**Área de Concentração: Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos**  
*e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação*



---

Prof. Adroaldo Raizer, Dr.  
Orientador



---


Prof. Ildemar Cassana Decker, Dr. Sc.  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Adroaldo Raizer, Dr.  
Orientador



---

Prof. Wilson A. Artuzi Jr., Dr.



---

Prof. Patrick Kuo Peng, Dr.



---

Sr. Marcelo Grafulha Vanti, Dr.



## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Prof. Adroaldo Raizer pelo estímulo e confiança demonstrados ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) João Pedro Assumpção Bastos, Nelson Sadowski e Patrick Kuo Peng pela convivência agradável ao longo deste período.

Aos meus amigos Golberi de Salvador Ferreira, Mauro Faccioni Filho e Marcelo Grafulha Vanti que muito colaboraram na execução deste trabalho.

Ao meu colega Marcio Antonio Mathias pela sua importante contribuição na finalização deste trabalho.

À banca examinadora desta dissertação, pelas sugestões apresentadas.

Aos colegas Maurício, Cláudia, Fabíola, Emerson, Ivan, Gianfranco, Jorge, Eugênio, Jhoe, Pinho, Guilherme, Glauco, Célia, Danielle, Airton, Hugo, Ana Margarida, João Marco, Paulo, Jean, Adriano, Erlon e Agostini pela amizade, carinho e incentivo que sempre demonstraram.

Ao Beto, administrador de rede do GRUCAD, que sempre prontamente atendeu às minhas solicitações quando os computadores resolviam não funcionar.

Ao Wilson e ao Marcos da Coordenadoria do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pelo apoio e colaboração constantes.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Aos meus pais, seu João e d. Helena, que não mediram esforços para que eu realizasse meus sonhos.

Aos meus irmãos, Maria Helena e Gean, pelo apoio e confiança.

Ao meu companheiro, Camilo, pela paciência e compreensão durante o desenvolvimento deste trabalho.

## RESUMO

O método de modelagem numérica denominado *TLM* (Transmission Line Modeling) aplicado à análise de problemas bidimensionais, é o principal assunto deste trabalho.

Inicialmente, mostra-se os conceitos da teoria de linhas de transmissão e o princípio de Huygens, pois eles são a base do desenvolvimento do método *TLM*.

A seguir, os princípios do método de Modelagem por Linhas de Transmissão em Duas Dimensões (*TLM – 2D*) são apresentados.

Finalmente, um conjunto de aplicações em microondas é desenvolvido, utilizando-se códigos computacionais baseados no *TLM – 2D* e escritos em *ForTran 90*, a fim de validar o estudo.

## ABSTRACT

The numerical modeling method, called *2D - TLM* (Bidimensional Transmission Line Modeling) applied to the analysis of 2D electromagnetics problems, is the main topics of this work.

Initially, the concepts of the Transmission – Line Theory and Huygens principle are presented, because they are the basis of the development of *TLM* method.

The principles of *2D* Transmission – Line Modeling method are presented.

Finally, a set of microwave applications is developed, using computational codes based on *2D – TLM* and written in *ForTran – 90*, in order to validate the study.

## SUMÁRIO

<b>Agradecimentos</b>	<b>iv</b>
<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>Sumário</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Simbologia</b>	<b>xii</b>
<b>Capítulo 1 - Introdução</b>	<b>01</b>
1.1. Modelagem por Linhas de Transmissão	01
1.2. Histórico do Método TLM	02
1.3. Tópicos desta Dissertação	03
<b>Capítulo 2 - Linhas de Transmissão e Princípio de Huygens</b>	<b>04</b>
2.1. Linhas de Transmissão no Domínio do Tempo	04
2.2. Princípio de Huygens e sua Discretização	08
2.3. Conclusões	12
<b>Capítulo 3 – TLM em Duas Dimensões</b>	<b>13</b>
3.1. Introdução	13
3.2. O Nó <i>TLM</i> Paralelo	14
3.2.1. Equivalência entre os Parâmetros da Malha <i>TLM</i> composta por Nós Paralelos e os Parâmetros de Campo	14
3.2.2. Espalhamento de Impulsos de Tensão na Malha <i>TLM</i> composta por Nós Paralelos	21
3.2.3. Computação de Campos na Malha <i>TLM</i> composta por Nós Paralelos	25
3.3. O Nó <i>TLM</i> Série	27
3.3.1. Equivalência entre os Parâmetros da Malha <i>TLM</i> composta por Nós Séries e os Parâmetros de Campo	27

3.3.2. Espalhamento de Impulsos de Tensão na Malha <i>TLM</i> composta por Nós Séries	32
3.3.3. Computação de Campos na Malha <i>TLM</i> composta por Nós Séries	36
3.4. Modelagem de Condições de Contorno	37
3.5. Conclusões	40
<b>Capítulo 4 – Apresentação e Análise dos Resultados</b>	<b>41</b>
4.1. Introdução	41
4.2. Utilização do Método <i>TLM – 2D</i>	42
4.2.1. Modelagem dos Guias de Ondas	42
4.2.1.1. Nó Paralelo	42
4.2.1.2. Nó Série	44
4.3. Resultados Obtidos	47
4.3.1. Guia de Ondas Retangular com $\mu = \mu_0$ e $\varepsilon = \varepsilon_0$	47
4.3.1.1. Utilização do Nó Paralelo	49
4.3.1.2. Utilização do Nó Série	51
4.3.2. Guia de Ondas Retangular com $\mu = \mu_0$ e $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$	53
4.3.2.1. Utilização do Nó Paralelo	54
4.3.2.2. Utilização do Nó Série	55
4.3.3. Guia de Ondas de Crista	57
4.3.3.1. Utilização do Nó Paralelo	58
4.3.3.2. Utilização do Nó Série	58
4.4. Conclusões	60
<b>Capítulo 5 - Conclusões</b>	<b>61</b>
5.1. O Método <i>TLM – 2D</i>	61
5.2. Trabalhos Futuros	62
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>63</b>
<b>Anexo 1 - Guias de Ondas Retangulares</b>	<b>65</b>
<b>Anexo 2 – Tela de Entrada de Dados dos Programas Desenvolvidos</b>	<b>69</b>



## LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1 -** Linha de transmissão sem perdas.
- Figura 2.2 -** Propagação de um degrau de tensão na linha.
- Figura 2.3 -** Circuito equivalente de Thévenin da linha com a extremidade aberta.
- Figura 2.4 -** Circuito equivalente de Thévenin da linha com uma carga  $R$  conectada à extremidade.
- Figura 2.5 -** Ilustração do princípio de Huygens.
- Figura 2.6 -** Incidência de um impulso de tensão unitário.
- Figura 2.7 -** Espalhamento de um impulso unitário incidente.
- Figura 2.8 -** Impulso unitário inicial e as duas iterações seguintes.
- 
- Figura 3.1 -** Nó *TLM* paralelo.
- Figura 3.2 -** Circuito para a análise do nó paralelo.
- Figura 3.3 -** Tensões incidentes e refletidas em um nó paralelo.
- Figura 3.4 -** Circuito equivalente de Thévenin para o nó paralelo sem perdas.
- Figura 3.5 -** Conexão com o momento seguinte em uma malha formada por nós paralelos.
- Figura 3.6 -** Circuitos equivalentes para o cálculo das componentes de campo magnético (a) na direção  $y$  e (b) na direção  $x$ .
- Figura 3.7 -** Nó *TLM* série.
- Figura 3.8 -** Circuito para a análise do nó série.
- Figura 3.9 -** Condições no nó série para a propagação na (a) direção  $x$  e (b) na direção  $y$ .
- Figura 3.10 -** Tensões incidentes e refletidas em um nó série.
- Figura 3.11 -** Circuito equivalente de Thévenin do nó série.
- Figura 3.12 -** Representação (a) de um condutor perfeito e (b) de um contorno condutor colocado na porta 4 do nó série.

**Figura 3.13 -** (a) Contorno isolante e (b) representação do contorno isolante através de um circuito aberto na porta 4 do nó série.

**Figura 3.14 -** Contorno de impedância  $Z$  na porta 4 para o nó série.

**Figura 4.1 -** Algoritmo dos programas desenvolvidos.

**Figura 4.2 -** Guia de ondas retangular.

**Figura 4.3 -** Formas de excitação do guia de ondas.

**Figura 4.4 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 1.

**Figura 4.5 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.

**Figura 4.6 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 1.

**Figura 4.7 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.

**Figura 4.8 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 1.

**Figura 4.9 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.

**Figura 4.10 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 1.

**Figura 4.11 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.

**Figura 4.12 -** Guia de ondas de crista.

**Figura 4.13 -** Freqüências de corte do guia de ondas de crista com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.

**Figura 4.14 -** Freqüências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.

**Figura A.1.1 -** Guia de ondas retangular.

**Figura A.1.2 -** Componentes de campos eletromagnéticos em um guia de ondas retangular: (a) modo  $TE$ ,  $E_z = 0$  e (b) modo  $TM$ ,  $H_z = 0$ .

## SIMBOLOGIA

$V$	tensão total
$V^i$	tensão incidente
$V^r$	tensão refletida
$I$	corrente elétrica total
$I^i$	corrente elétrica incidente
$I^r$	corrente elétrica refletida
$q$	carga elétrica
$t$	tempo
$v$	velocidade de propagação
$v_{LT}$	velocidade de propagação em uma linha de transmissão
$v_{TLM}$	velocidade de propagação na malha <i>TLM</i>
$v_m$	velocidade de propagação em um meio qualquer
$\phi$	fluxo magnético
$Z_0$	impedância característica do vácuo
$Z_L$	impedância de carga vista por uma linha de transmissão
$Z_{LT}$	impedância característica de uma linha de transmissão
$Z_{TLM}$	impedância característica da malha <i>TLM</i>
$Z_m$	impedância característica de um meio qualquer
$\Gamma$	coeficiente de reflexão
$T$	coeficiente de transmissão
$\Delta \ell$	espaçamento entre pontos ou nós
$\Delta t$	intervalo de tempo
$\Delta x$	espaçamento entre os nós na direção $x$
$\Delta y$	espaçamento entre os nós na direção $y$
$\Delta z$	espaçamento entre os nós na direção $z$

$R$	resistência elétrica
$G$	condutância elétrica
$L$	indutância
$C$	capacitância
$L_d$	indutância por unidade de comprimento
$C_d$	capacitância por unidade de comprimento
$L_x$	indutância na direção $x$
$L_y$	indutância na direção $y$
$C_x$	capacitância na direção $x$
$C_y$	capacitância na direção $y$
$C_z$	capacitância na direção $z$
$I_x$	corrente elétrica na direção $x$
$I_y$	corrente elétrica na direção $y$
$I_z$	corrente elétrica na direção $z$
$V_x$	tensão na direção $x$
$V_y$	tensão na direção $y$
$V_z$	tensão na direção $z$
$\mu$	permeabilidade magnética de um meio qualquer
$\mu_0$	permeabilidade magnética do vácuo
$\mu_r$	permeabilidade relativa de um meio qualquer
$\varepsilon$	permissividade elétrica de um meio qualquer
$\varepsilon_0$	permissividade elétrica do vácuo
$\varepsilon_r$	permissividade elétrica de um meio qualquer
$\nabla$	operador Nabla
$E$	campo elétrico
$H$	campo magnético
$E_x$	componente de campo elétrico na direção $x$
$E_y$	componente de campo elétrico na direção $y$
$E_z$	componente de campo elétrico na direção $z$
$H_x$	componente de campo magnético na direção $x$
$H_y$	componente de campo magnético na direção $y$
$H_z$	componente de campo magnético na direção $z$

$k$	momento
$k + 1$	momento seguinte
$S$	matriz de espalhamento
$n$	número da porta de um nó
${}_k V_n^i$	tensão incidente na porta $n$ de um nó no momento $k$
${}_k V_n^r$	tensão refletida para a porta $n$ de um nó no momento $k$
${}_{k+1} V_n^i$	tensão incidente na porta $n$ de um nó no momento seguinte $k + 1$
${}_{k+1} V_n^r$	tensão refletida para a porta $n$ de um nó no momento seguinte $k + 1$
${}_k V_x$	tensão total na direção $x$ no momento $k$
${}_k V_y$	tensão total na direção $y$ no momento $k$
${}_k V_z$	tensão total na direção $z$ no momento $k$
${}_k I_x$	corrente elétrica na direção $x$ no momento $k$
${}_k I_y$	corrente elétrica na direção $y$ no momento $k$
${}_k I_z$	corrente elétrica na direção $z$ no momento $k$
${}_k E_x$	campo elétrico na direção $x$ no momento $k$
${}_k E_y$	campo elétrico na direção $y$ no momento $k$
${}_k E_z$	campo elétrico na direção $z$ no momento $k$
${}_k H_x$	campo magnético na direção $x$ no momento $k$
${}_k H_y$	campo magnético na direção $y$ no momento $k$
${}_k H_z$	campo magnético na direção $z$ no momento $k$

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. MODELAGEM POR LINHAS DE TRANSMISSÃO

Antes do advento dos computadores digitais, problemas eletromagnéticos complexos que desafiavam o tratamento analítico podiam ser resolvidos somente utilizando-se, em particular, a similaridade entre o comportamento de campos eletromagnéticos e redes elétricas em tensão e em corrente. Esta similaridade foi usada, extensivamente, para resolver problemas de campo em alta frequência [1].

Quando os computadores modernos tornaram-se disponíveis, técnicas numéricas poderosas surgiram para prever, diretamente, o comportamento das quantidades de campo. A grande maioria destes métodos, produz soluções harmônicas das equações de Maxwell no domínio espacial ou espectral [1].

O método *TLM* (Transmission Line Modeling Method), representa a simulação computacional da propagação de ondas no domínio do tempo [1]. Desenvolvido por P. B. Johns e seus colaboradores no início da década de 70, é uma técnica numérica apropriada para a solução de problemas eletromagnéticos dos mais variados tipos. Tais problemas podem envolver materiais com propriedades não lineares, não homogêneas, anisotrópicas e dependentes do tempo, além de geometrias arbitrárias [2].

Com a exceção de poucos guias de ondas com seções transversais simples, muitas estruturas modernas de microondas e de ondas milimétricas são de difícil análise. Circuitos planares ou quase planares envolvem singularidades, especialmente, nas funções campo e potencial que não podem ser manipuladas sem um esforço analítico razoável. Portanto, torna-se necessário o emprego de técnicas numéricas [2]. Mas, qual técnica ou técnicas serão mais apropriadas para um determinado problema ?

Para responder a esta questão, os projetistas de circuitos devem entender as capacidades e limitações dos vários métodos disponíveis. Assim, o objetivo deste trabalho é ilustrar o potencial do método *TLM* em sua versão bidimensional (*2D*) neste contexto.

## 1.2. HISTÓRICO DO MÉTODO TLM

No século XVII, dois modelos distintos do fenômeno da luz foram desenvolvidos: o modelo corpuscular, por Isaac Newton e o modelo de onda, por Christian Huygens. Quando da sua concepção, esses modelos foram considerados incompatíveis. Entretanto, a teoria quântica moderna tem demonstrado que a luz, em particular, e a irradiação eletromagnética, em geral, possuem ambas propriedades granulares (fótons) e de onda. Estes aspectos são complementares e um ou outro, usualmente, domina, dependendo do fenômeno sob estudo [2].

Nas frequências de microondas e ondas milimétricas, a natureza granular da irradiação eletromagnética não é muito evidente, manifestando-se somente em certas interações com a matéria, enquanto o aspecto de onda predomina em todas as situações envolvendo propagação e espalhamento. Isto sugere que o modelo proposto por Huygens, e mais tarde refinado por Fresnel, poderia formar a base para um método geral de tratamento de problemas de propagação em microondas e espalhamento, particularmente, considerando o seu sucesso considerável na previsão da difração e interferência de ondas de luz [2].

Johns e Beurle [3] descreveram em 1971 uma nova técnica numérica para a solução de problemas de espalhamento bidimensionais, a qual foi baseada no modelo de Huygens para a propagação de ondas, o método *TLM*. Inspirado pelas técnicas de simulação mais recentes, este método empregou uma malha cartesiana de duas linhas de transmissão para simular a propagação bidimensional de funções impulso [4]. Artigos subsequentes estenderam o método para três dimensões e incluíram o efeito de dielétricos e perdas [5] [6]. Dando continuidade ao trabalho desenvolvido por estes autores, outros pesquisadores têm adicionado várias características e aperfeiçoamentos ao método, tais como dimensão da malha, nós condensados, técnicas de correção de erros e a extensão para meios anisotrópicos [1] [7] [8].



### 1.3. TÓPICOS DESTA DISSERTAÇÃO

Este trabalho apresenta uma descrição teórica do método da modelagem por linhas de transmissão em duas dimensões (*TLM – 2D*).

Neste primeiro capítulo é apresentado um histórico do método *TLM*.

O Capítulo 2 apresenta um resumo sobre linhas de transmissão, dando ênfase à análise de linhas no domínio do tempo e o princípio de Huygens, o qual forneceu a idéia fundamental do método *TLM*.

O método *TLM* bidimensional é o tema do Capítulo 3, onde toda a formulação de linhas *2D* é apresentada. Também, apresenta-se neste capítulo a modelagem de condições de contorno as quais em conjunto com as equações desenvolvidas para o método *TLM – 2D* permitirão o estudo da propagação de ondas.

No Capítulo 4, é demonstrada a aplicação do método *TLM – 2D* no cálculo das frequências de corte de guias de ondas.

No Capítulo 5, são colocadas as conclusões gerais do trabalho, bem como os objetivos e interesse em estudos futuros para o aprofundamento de métodos numéricos em eletromagnetismo.

Finalizando, apresenta-se em anexo, um resumo sobre guias de ondas retangulares e a tela de entrada de dados dos programas desenvolvidos.

## CAPÍTULO 2

### LINHAS DE TRANSMISSÃO E PRINCÍPIO DE HUYGENS

#### 2.1. LINHAS DE TRANSMISSÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Uma linha de transmissão sem perdas ( $R = G = 0$ ) é apresentada na figura 2.1 [9], onde  $L_d$  é a indutância por unidade de comprimento,  $C_d$  é a capacitância por unidade de comprimento,  $V$  é a tensão na fonte,  $\Delta x$  é um determinado comprimento de linha e  $I$  é a corrente que circula na linha.

Considerando que a fonte  $V$  é uma fonte de tensão contínua, e desejando-se saber a tensão e a corrente em quaisquer pontos desta linha como uma função do tempo, tem-se, então, uma resposta a um transitório. De forma que, torna-se necessário modelar esta linha de transmissão no domínio do tempo.

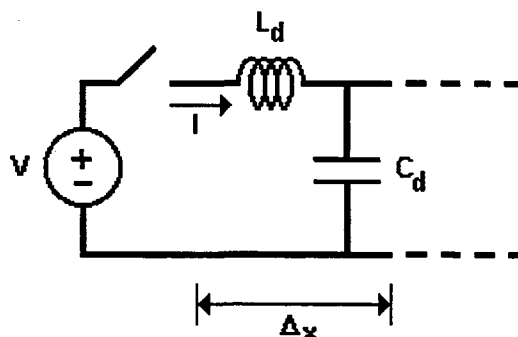


Figura 2.1 - Linha de transmissão sem perdas.

A corrente  $I$ , é definida pela variação da carga do capacitor no tempo:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C_d \Delta x V}{\Delta t} = C_d V V \quad (2.1)$$

onde:  $v$  é a velocidade de propagação do pulso ao longo da linha;

$q = C \cdot V$  é a carga do capacitor;

$C = C_d \Delta x$  é a capacitância total da linha de transmissão.

O fluxo desta corrente é expresso por:

$$\phi = L_d \Delta x I = L_d \Delta x C_d V v$$

Da lei de Faraday, a variação do fluxo deve ser igual à tensão na linha:

$$V = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = L_d C_d V v^2 \quad (2.2)$$

Portanto, a velocidade de propagação na linha, é expressa por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (2.3)$$

A impedância característica da linha é, então, definida por:

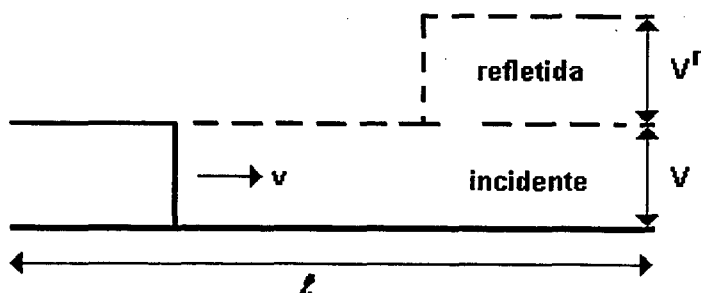
$$Z_{LT} = \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} \quad (2.4)$$

Sempre que um degrau de tensão propaga-se ao longo da linha, existe um degrau de corrente,  $I = V/Z_{LT}$ , associado a esta tensão.

Para um degrau de tensão que propaga-se ao longo da linha, desde a fonte de tensão contínua até a outra extremidade da linha que está aberta ( $Z_L = \infty$ ), como apresentado na figura 2.2 [9], o coeficiente de reflexão para a tensão incidente ( $V^i$ ) expresso por:

$$\Gamma = \frac{V^r}{V^i} = \frac{Z_L - Z_{LT}}{Z_L + Z_{LT}}$$

será igual a 1. Logo, a tensão refletida ( $V^r$ ) será igual à tensão incidente.



**Figura 2.2 - Propagação de um degrau de tensão na linha.**

Considerando-se a linha sem perdas, a tensão incidente é igual à tensão da fonte. Consequentemente, a tensão refletida, também, será igual à tensão da fonte. Assim:

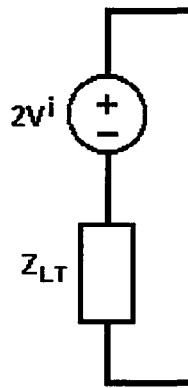
$$V^i = V^r \text{ e } V^r = V$$

A corrente incidente,  $I^i$ , e corrente refletida,  $I^r$ , são expressas por:

$$I^i = V / Z_{LT} \quad I^r = -V / Z_{LT}$$

Observa-se que,  $I^r = -I^i$ , pois como a linha tem uma de suas extremidades em aberto, a corrente total,  $I = I^i + I^r$ , deve ser zero.

Um observador colocado na extremidade da linha, na qual um pulso  $V^i$  propaga-se, pode substituir a linha por um circuito equivalente de Thévenin, onde a tensão da fonte é a tensão do circuito aberto, ou seja, é igual a  $2V^i$ , e a impedância associada é a própria impedância característica da linha  $Z_{LT}$ . Este circuito equivalente de Thévenin é apresentado na figura 2.3 [9].



**Figura 2.3 – Circuito equivalente de Thévenin da linha com a extremidade aberta.**

Para uma carga  $R$  conectada a esta extremidade, como apresentado na figura 2.4 [9], e assumindo-se que os pulsos de tensão,  $V^i$ , e de corrente,  $V^i/Z_{LT}$ , incidem nesta extremidade, a tensão  $V$  é dada pela expressão:

$$V = \frac{R}{R + Z_{LT}} 2V^i$$

A tensão refletida será, então:

$$V^r = V - V^i = \left( \frac{R - Z_{LT}}{R + Z_{LT}} \right) V^i$$

Logo, o *coeficiente de reflexão*,  $\Gamma$ , que é a relação entre a tensão refletida e a tensão incidente, pode ser expresso por:

$$V^r = \left( \frac{R - Z_{LT}}{R + Z_{LT}} \right) V^i \quad (2.5)$$

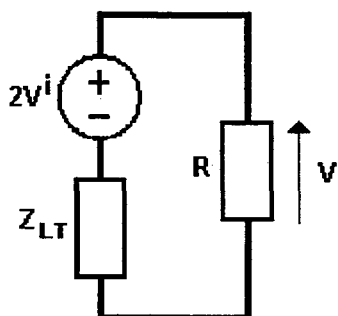


Figura 2.4- Circuito equivalente de Thévenin da linha com uma carga  $R$  conectada à extremidade.

## 2.2. PRINCÍPIO DE HUYGENS E SUA DISCRETIZAÇÃO

O princípio de Huygens, que é o fundamento do método *TLM* (Transmission Line Modeling Method), estabelece que cada ponto de uma frente de onda primária pode ser considerado como a fonte de uma onda esférica secundária. Assim, os vários pontos da frente de onda primária geram várias ondas esféricas secundárias. A envoltória destas ondas esféricas forma a frente de onda secundária, que por sua vez gera novas ondas esféricas e assim por diante [2] [10] [11]. Este princípio está ilustrado na figura 2.5.

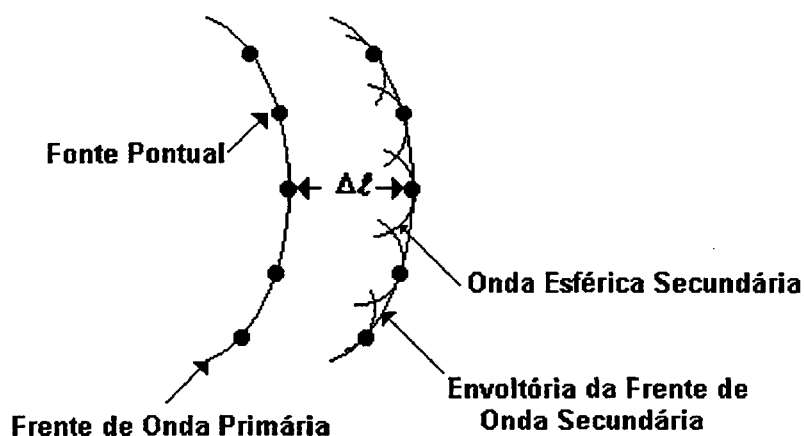


Figura 2.5 – Ilustração do princípio de Huygens.

A fim de implementar-se o modelo de Huygens, deve-se fazê-lo de forma discretizada. Para tanto, o espaço e o tempo são representados em termos de unidades elementares finitas,  $\Delta\ell$  e  $\Delta t$ , que estão relacionados pela velocidade da luz da seguinte forma [2]:

$$\Delta t = \frac{\Delta\ell}{c} \quad (2.6)$$

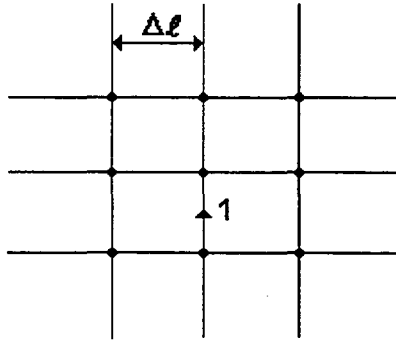
Portanto, o espaço bidimensional é modelado por uma malha cartesiana de pontos, separados por uma distância  $\Delta\ell$ . O tempo  $\Delta t$  é, então, o tempo necessário para uma frente de onda propagar-se de um ponto ao outro.

Na figura 2.6 [2] [9] [10], assume-se que uma função impulso unitária incide sobre um nó, formado pelo encontro de várias linhas, e que a irradiação ocorre de acordo com o princípio de Huygens. O impulso incidente encontra as quatro linhas, que possuem impedâncias características ( $Z_{LT}$ ) iguais, que formam este nó. Logo, a impedância de carga ( $Z_L$ ) vista pela onda incidente em uma linha, é a combinação paralela das impedâncias características das outras três linhas, ou seja,  $Z_L = Z_{LT}/3$ .

Os coeficientes de reflexão e transmissão são dados, respectivamente, por:

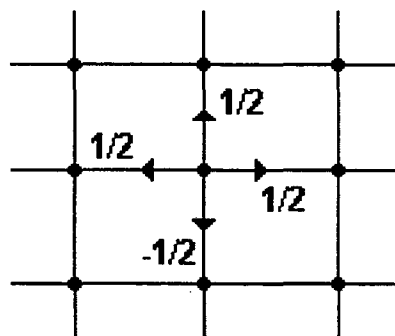
$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_{LT}}{Z_L + Z_{LT}} = -\frac{1}{2} \quad (2.7)$$

$$T = 1 + \Gamma = \frac{1}{2} \quad (2.8)$$



**Figura 2.6 – Incidência de um impulso de tensão unitário.**

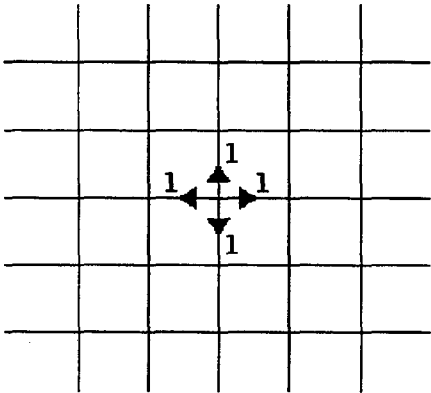
Assim, o impulso unitário espalha-se na forma de um impulso refletido de amplitude  $-\frac{1}{2}$ , e de três impulsos transmitidos de amplitude  $\frac{1}{2}$  nas linhas que formam o nó, como mostrado na figura 2.7 [10].



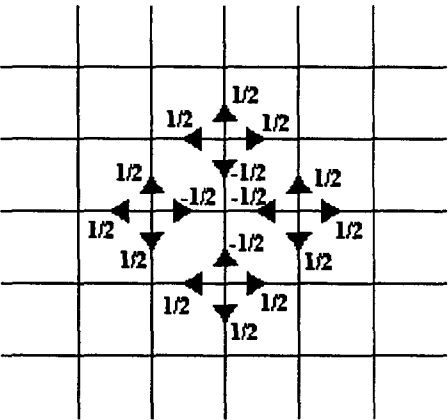
**Figura 2.7 – Espalhamento de um impulso unitário incidente.**

Um exemplo de vários eventos consecutivos de espalhamento após uma excitação isotrópica é mostrado na figura 2.8 [2] [9]. Observa-se desta figura que cada um dos impulsos incidentes em um nó, comporta-se como um irradiador esférico secundário e que as ondas procedentes de cada um dos irradiadores, combinam-se para formar uma nova frente de onda, de acordo com o princípio de Huygens [9].

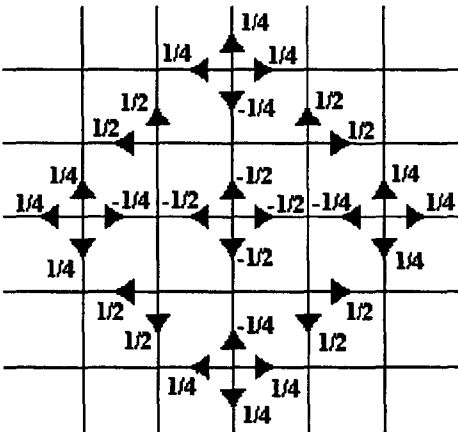




(a)



(b)



(c)

Figura 2.8 - Impulso unitário inicial e as duas iterações seguintes.

Deve-se ter em mente que o princípio de Huygens é um modelo contínuo de propagação de ondas. A seqüência de eventos de espalhamento ocorre em *passos* infinitesimais e todas as componentes de frequência no espectro dos impulsos espalhados viajam com a mesma velocidade em todas as direções, de maneira que não há dispersão. Entretanto, no modelo *TLM* discreto, isto somente ocorre se a dimensão  $\Delta\ell$  for uma fração do comprimento da onda, aproximadamente  $0,1 \lambda$ . Além disso, esta discretização permite a implementação computacional [2] [10].

## 2.3. CONCLUSÕES

O estudo de linhas de transmissão fornece equações no domínio do tempo, que em conjunto com o princípio de Huygens, permite o desenvolvimento de um modelo genérico para a propagação de ondas em duas dimensões em meios homogêneos, não homogêneos e com perdas.

O modelo para a propagação bidimensional em meios homogêneos é o tema do próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3

### TLM EM DUAS DIMENSÕES

#### 3.1. INTRODUÇÃO

O estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em guias de ondas homogêneos retangulares, assim como o cálculo das frequências de corte de todos os modos de propagação em guias de ondas cilíndricos preenchidos por materiais não homogêneos e de seções transversais arbitrárias, são exemplos onde aplica-se uma análise bidimensional [1] [4] [6]. Os problemas bidimensionais (*2D*) são mais simples de formular e exigem menos recursos computacionais do que os modelos tridimensionais (*3D*). Logo, é importante estudar a modelagem *2D* pela sua própria finalidade, mas também para ajudar no entendimento de modelos *3D* mais complexos [9].

O método *2D – TLM* (Bidimensional Transmission Line Modeling Method), considera uma malha cartesiana de nós, sendo que cada nó corresponde a uma junção entre um par de linhas de transmissão [3]. Esta junção pode ocorrer de dois modos: com as linhas interligando-se em paralelo ou interligando-se em série [2] [9].

Pretende-se com o modelo bidimensional encontrar em cada nó as tensões refletidas e transmitidas e a partir daí, os campos elétrico e magnético. Para tanto, utiliza-se as equivalências entre tensão e campo elétrico e por outro lado, entre a corrente e o campo magnético. Assim, serão desenvolvidas as equações para as tensões e correntes em cada nó de forma a obter-se, respectivamente, os campos elétrico e magnético.

### 3.2. O NÓ *TLM* PARALELO

#### 3.2.1. Equivalência entre os Parâmetros da Malha *TLM* composta por Nós Paralelos e os Parâmetros de Campo

O nó *TLM* paralelo, formado pela conexão paralela de duas linhas de transmissão sem perdas ( $R = G = 0$ ), é mostrado na figura 3.1. Neste modelo,  $L_x$  é a indutância na direção  $x$ ,  $L_y$  é a indutância na direção  $y$  e  $C_z$  é a capacitância na direção  $z$ .

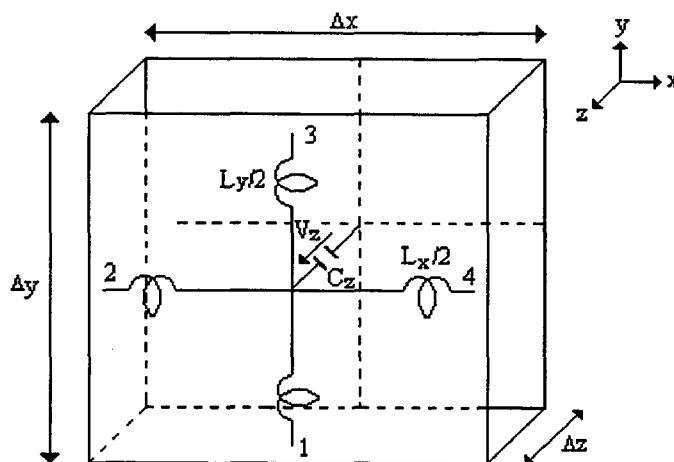


Figura 3.1 – Nó *TLM* paralelo.

Desde que  $\Delta\ell = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ , a indutância  $L = L_x = L_y = L_d \Delta\ell$  e a capacitância  $C = C_z = 2C_d \Delta\ell$ , onde  $L_d$  é a indutância por unidade de comprimento e  $C_d$  é a capacitância por unidade de comprimento, como apresentado na figura 3.2. Devido à conexão paralela das linhas, verifica-se que a capacitância do nó é duas vezes a capacitância de uma linha individual. A partir do circuito da figura 3.2, serão desenvolvidas as expressões para tensões e correntes.

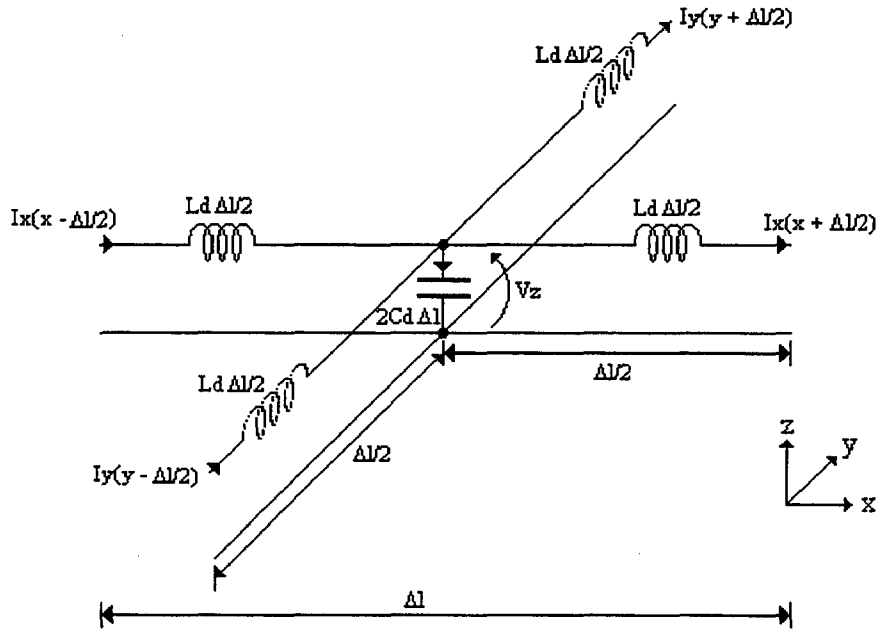


Figura 3.2- Circuito para a análise do nó paralelo.

Aplicando-se a lei de Kirchhoff para as correntes na figura 3.2, pode-se determinar:

$$I_y \left( y - \frac{\Delta \ell}{2} \right) - 2C_d \Delta \ell \frac{\partial V_z}{\partial t} + I_x \left( x - \frac{\Delta \ell}{2} \right) = I_y \left( y + \frac{\Delta \ell}{2} \right) + I_x \left( x + \frac{\Delta \ell}{2} \right)$$

$$\frac{I_y \left( y - \frac{\Delta \ell}{2} \right) - I_y \left( y + \frac{\Delta \ell}{2} \right)}{\Delta \ell} + \frac{I_x \left( x - \frac{\Delta \ell}{2} \right) - I_x \left( x + \frac{\Delta \ell}{2} \right)}{\Delta \ell} = 2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t}$$

No limite, quando  $\Delta \ell \rightarrow 0$ :

$$-\frac{\partial I_x}{\partial x} - \frac{\partial I_y}{\partial y} = 2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t} \quad (3.1.a)$$

Aplicando-se agora, a lei de Kirchhoff para as tensões no eixo y do circuito da figura 3.2:

$$\begin{aligned}
 V_z\left(y - \frac{\Delta\ell}{2}\right) - L_d \frac{\Delta\ell}{2} \frac{\partial I_y\left(y - \frac{\Delta\ell}{2}\right)}{\partial t} - L_d \frac{\Delta\ell}{2} \frac{\partial I_y\left(y + \frac{\Delta\ell}{2}\right)}{\partial t} - V_z\left(y + \frac{\Delta\ell}{2}\right) &= 0 \\
 -\frac{V_z\left(y + \frac{\Delta\ell}{2}\right) - V_z\left(y - \frac{\Delta\ell}{2}\right)}{\Delta\ell} &= \frac{L_d}{2} \frac{\partial I_y\left(y + \frac{\Delta\ell}{2}\right)}{\partial t} + \frac{L_d}{2} \frac{\partial I_y\left(y - \frac{\Delta\ell}{2}\right)}{\partial t}
 \end{aligned}$$

No limite quando  $\Delta\ell \rightarrow 0$ :

$$\frac{\partial V_z}{\partial y} = -L_d \frac{\partial I_y}{\partial t} \quad (3.1.b)$$

Da mesma forma, obtém-se para o eixo  $x$ :

$$\frac{\partial V_z}{\partial x} = -L_d \frac{\partial I_x}{\partial t} \quad (3.1.c)$$

Finalmente, diferenciando-se as equações (3.1.a), (3.1.b) e (3.1.c) em relação a  $t$ ,  $y$  e  $x$ , respectivamente, obtém-se:

$$-\frac{\partial^2 I_x}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 I_y}{\partial y \partial t} = 2C_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.2.a)$$

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = -L_d \frac{\partial^2 I_y}{\partial t \partial y} \quad (3.2.b)$$

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} = -L_d \frac{\partial^2 I_x}{\partial t \partial x} \quad (3.2.c)$$

Substituindo-se as equações (3.2.b) e (3.2.c) na equação (3.2.a), obtém-se a equação de onda de Helmholtz no espaço bidimensional:

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = 2L_d C_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

Para mostrar a equivalência das equações (3.2) e (3.3) com a teoria de campo, considera-se as equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.4.a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.4.b)$$

A expansão das equações (3.4) no sistema de coordenadas retangular gera as seguintes expressões:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (3.5.a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (3.5.b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3.5.c)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3.5.d)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (3.5.e)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (3.5.f)$$

Como na figura 3.2 o campo elétrico está na direção  $z$  ( $E_z$ ) e os campos magnéticos estão nas direções  $x$  e  $y$  ( $H_x$  e  $H_y$ ), tem-se, então, o modo de propagação magnético transversal ( $TM$ ). De modo que, as equações (3.5) reduzem-se a:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (3.6.a)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (3.6.b)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (3.6.c)$$

Diferenciando-se as equações (3.6.a), (3.6.b) e (3.6.c) em relação a  $y$ ,  $x$  e  $t$  respectivamente, tem-se que:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = -\mu \frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial t} \quad (3.7.a)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = -\mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial t} \quad (3.7.b)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (3.7.c)$$

Substituindo-se as equações (3.7.a) e (3.7.b) na equação (3.7.c), obtém-se uma outra equação de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (3.8)$$



Comparando-se as equações (3.6) e (3.8) com as equações (3.1) e (3.3) verifica-se a seguinte equivalência entre os parâmetros de campo e da malha *TLM* composta por nós paralelos:

$$E_z \equiv V_z \quad (3.9.a)$$

$$H_y \equiv -I_x \quad (3.9.b)$$

$$H_x \equiv I_y \quad (3.9.c)$$

$$\mu \equiv L_d \quad (3.9.d)$$

$$\varepsilon \equiv 2C_d \quad (3.9.e)$$

Da equação (3.3), o termo relacionado à velocidade de propagação das ondas na malha *TLM*,  $v_{TLM}$ , é expresso por:

$$v_{TLM} = \frac{1}{\sqrt{2L_d C_d}} \quad (3.10)$$

Considerando-se que a malha *TLM* esteja modelando o espaço livre, onde  $\mu_r = \varepsilon_r = 1$ , a velocidade dos pulsos nas linhas,  $v_{LT}$ , é expressa por:

$$v_{LT} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c \quad (3.11)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo.

Comparando-se as equações (3.10) e (3.11), verifica-se que:

$$v_{TLM} = \frac{1}{\sqrt{2L_d C_d}} = \frac{v_{LT}}{\sqrt{2}} \quad (3.12)$$

Logo, se as ondas de tensão e de corrente em cada linha de transmissão viajam na velocidade da luz, a malha bidimensional *TLM* completa, formada pela interseção destas linhas em paralelo, representa um meio de permissividade elétrica igual a duas vezes a permissividade elétrica do vácuo. Isto significa que enquanto o modelo da figura 3.1 for válido, a velocidade de propagação na malha *TLM* composta por nós paralelos é  $1/\sqrt{2}$  vezes a velocidade da luz [2]. De modo que:

$$v_{TLM} = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{c}{\sqrt{2}} \quad (3.13)$$

Portanto, quando um meio qualquer é modelado por uma malha *TLM* composta por nós paralelos, tem-se que:

$$v_{TLM} = \frac{v_m}{\sqrt{2}} \quad (3.14)$$

onde  $v_m$  é a velocidade de propagação em meio qualquer.

A impedância característica de cada linha de transmissão,  $Z_{LT}$ , é igual a impedância característica do vácuo,  $Z_0$ , desde que  $L_d = \mu_0$  e  $C_d = \epsilon_0$ . No entanto, calculando-se a impedância da malha *TLM* composta de nós paralelos, verifica-se que:

$$Z_{TLM} = \sqrt{\frac{L_d}{2C_d}} = \frac{Z_0}{\sqrt{2}} \quad (3.15)$$

Logo, quando um meio qualquer é modelado por uma malha *TLM* composta por nós paralelos, tem-se que:

$$Z_{TLM} = \frac{Z_m}{\sqrt{2}} \quad (3.16)$$

onde  $Z_m$  é a impedância de um meio qualquer.

### 3.2.2. Espalhamento de Impulsos de Tensão na Malha *TLM* composta por Nós Paralelos

Como apresentado no Capítulo 2, a forma discretizada do princípio de Huygens pode ser representada pelo espalhamento de impulsos de tensão em uma malha bidimensional, formada pela junção de linhas de transmissão paralelas.

O nó paralelo da figura 3.1 pode, também, ser representado por quatro segmentos de linha de transmissão com impedâncias características ( $Z_{LT}$ ) iguais, como apresentado na figura 3.3. Cada uma das extremidades destes segmentos, é chamada de *porta do nó*. Neste modelo, a tensão incidente é aquela que incide no núcleo do nó a partir de uma determinada porta, e a tensão refletida é aquela que reflete do núcleo do nó em direção a uma determinada porta.

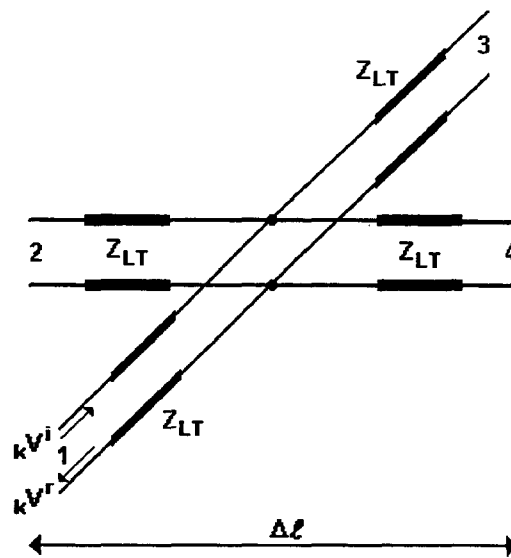


Figura 3.3 – Tensões incidentes e refletidas em um nó paralelo.

A tensão total e a tensão refletida para cada porta do nó no momento  $k$ , conforme o que foi apresentado no Capítulo 2, serão dadas, respectivamente, por:

$${}_kV = {}_kV^i + {}_kV^r \quad (3.17)$$

$${}_kV^r = {}_kV - {}_kV^i \quad (3.18)$$

Pode-se, então, para cada uma das portas do nó paralelo apresentado na figura 3.3 estabelecer que:

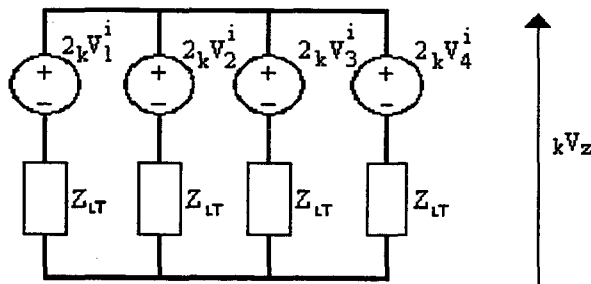
$${}_kV_1^r = {}_kV_1 - {}_kV_1^i \quad (3.19.a)$$

$${}_kV_2^r = {}_kV_2 - {}_kV_2^i \quad (3.19.b)$$

$${}_kV_3^r = {}_kV_3 - {}_kV_3^i \quad (3.19.c)$$

$${}_kV_4^r = {}_kV_4 - {}_kV_4^i \quad (3.19.d)$$

Olhando-se do centro do nó paralelo para cada uma das portas, cada um dos segmentos de linha que forma este nó, pode ser substituído pelo seu circuito equivalente de Thévenin, visto no Capítulo 2, como está apresentado na figura 3.4.



**Figura 3.4 – Circuito equivalente de Thévenin para o nó paralelo sem perdas.**

A partir do circuito equivalente de Thévenin da figura 3.4, obtém-se:

$${}_kV_z = \frac{1}{2} ({}_kV_1^i + {}_kV_2^i + {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.20)$$

Considerando-se que  ${}_kV = {}_kV_z$ , a tensão refletida no momento  $k$  para a porta 1 do nó paralelo apresentado na figura 3.3, será dada por:

$${}_kV_1^r = {}_kV_z - {}_kV_1^i \quad (3.21)$$

Substituindo-se a equação (3.20) na equação (3.21), tem-se que:

$${}_kV_1^r = \frac{1}{2}(-{}_kV_1^i + {}_kV_2^i + {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.22.a)$$

Da mesma maneira, pode-se obter a tensão total refletida no momento  $k$  para as portas 2, 3 e 4:

$${}_kV_2^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i - {}_kV_2^i + {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.22.b)$$

$${}_kV_3^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i + {}_kV_2^i - {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.22.c)$$

$${}_kV_4^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i + {}_kV_2^i + {}_kV_3^i - {}_kV_4^i) \quad (3.22.d)$$

As equações (3.22), que relacionam as tensões refletidas para cada porta com as tensões incidentes no momento  $k$  em todas as portas, podem, também, ser apresentadas na forma matricial:

$${}_k \begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} {}_k \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A equação (3.23) pode, então, ser resumida da seguinte maneira:

$${}_kV^r = [S]_k V^i \quad (3.24)$$

onde  $[S]$  é a matriz de espalhamento. Neste caso, definida como:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

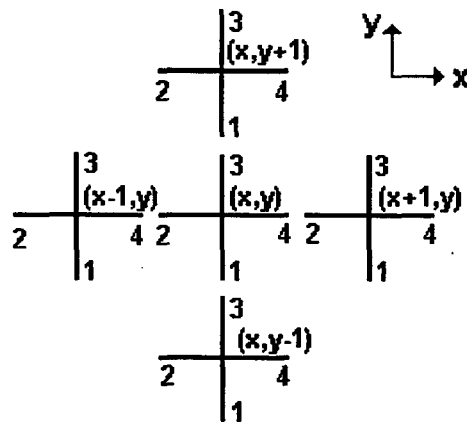
Além disso, qualquer impulso refletido de um nó na posição  $(x,y)$  torna-se, automaticamente, um impulso incidente no nó adjacente, pois  $\Delta t$  é o tempo necessário para o impulso percorrer a distância  $\Delta \ell$  que separa os nós, como apresentado na figura 3.5. Portanto, as tensões incidentes no momento seguinte  $(k+1)$  são expressas por:

$${}_{k+1}V_1^i(x, y+1) = {}_kV_3^r(x, y) \quad (3.26.a)$$

$${}_{k+1}V_2^i(x+1, y) = {}_kV_4^r(x, y) \quad (3.26.b)$$

$${}_{k+1}V_3^i(x, y-1) = {}_kV_1^r(x, y) \quad (3.26.c)$$

$${}_{k+1}V_4^i(x-1, y) = {}_kV_2^r(x, y) \quad (3.26.d)$$



**Figura 3.5 – Conexão com o momento seguinte em uma malha formada por nós paralelos.**

### 3.2.3. Computação de Campos na Malha *TLM* composta por Nós Paralelos

Da equação (3.9.a), tem-se que:

$${}_k E_z \equiv {}_k V_z = \frac{1}{2} ({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (3.27)$$

Logo, o campo elétrico na direção  $z$  no momento  $k$  será dado por:

$${}_k E_z = \frac{{}_k V_z}{\Delta \ell} = \frac{1}{2} \frac{({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i)}{\Delta \ell} \quad (3.28)$$

As correntes nas direções  $x$  e  $y$  são calculadas a partir dos circuitos mostrados na figura 3.6, sendo expressas por:

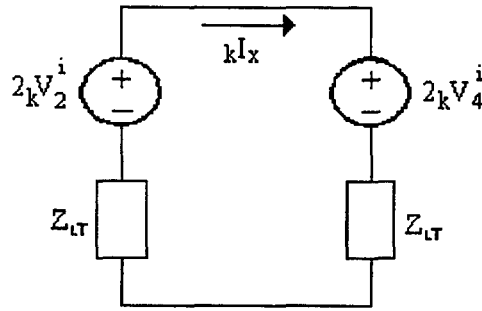
$${}_k I_x = \frac{{}_k V_2^i - {}_k V_4^i}{Z_{LT}} \quad (3.29.a)$$

$${}_k I_y = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_3^i}{Z_{LT}} \quad (3.29.b)$$

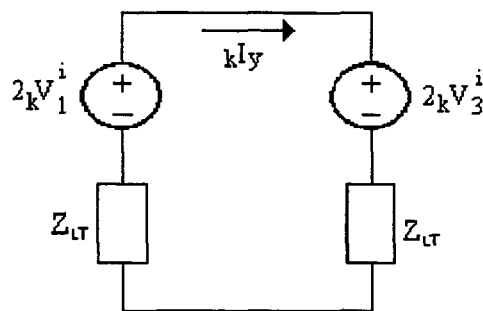
Como apresentado nas equações (3.9.b) e (3.9.c):

$${}_k H_y \equiv -{}_k I_x = \frac{{}_k V_4^i - {}_k V_2^i}{Z_{LT}} \quad (3.30.a)$$

$${}_k H_x \equiv {}_k I_y = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_3^i}{Z_{LT}} \quad (3.30.b)$$



(a)



(b)

**Figura 3.6 – Circuitos equivalentes para o cálculo das componentes de campo magnético  
(a) na direção  $y$  e (b) na direção  $x$ .**

Assim, os campos magnéticos nas direções  $y$  e  $x$  no momento  $k$  serão expressos por:

$${}_k H_y = -\frac{{}_k I_x}{\Delta \ell} = \frac{{}_k V_4^i - {}_k V_2^i}{Z_{LT} \Delta \ell} \quad (3.31.a)$$

$${}_k H_x = \frac{{}_k I_y}{\Delta \ell} = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_3^i}{Z_{LT} \Delta \ell} \quad (3.31.b)$$



### 3.3. O NÓ TLM SÉRIE

#### 3.3.1. Equivalência entre os Parâmetros da Malha TLM composta por Nós Séries e os Parâmetros de Campo

O nó série, formado pela interseção de duas linhas de transmissão sem perdas em série, é apresentado na figura 3.7. Neste modelo,  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $C_x$  e  $C_y$  são, respectivamente, as indutâncias e as capacitâncias nas direções  $x$  e  $y$ .

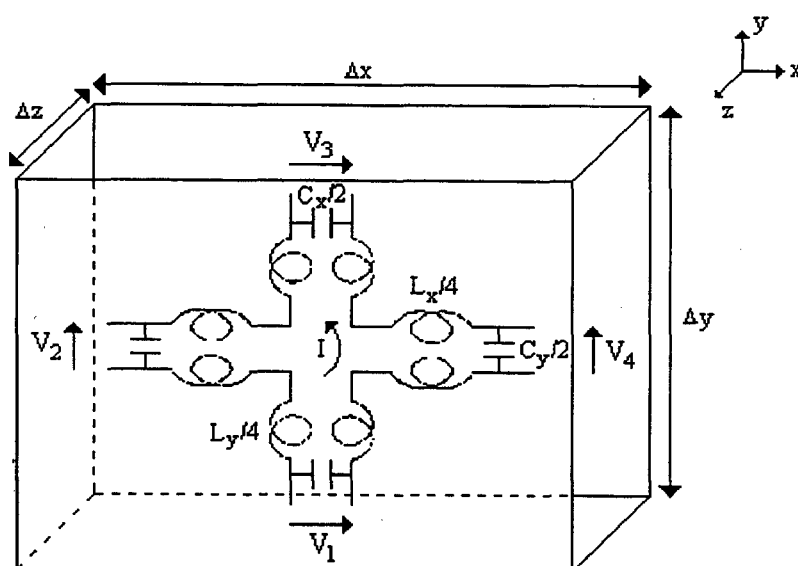


Figura 3.7 – Nó TLM série.

Na figura 3.8 é apresentado o circuito do nó série, a partir do qual serão desenvolvidas as expressões para tensões e correntes. Neste caso, também, tem-se que  $\Delta x = \Delta y = \Delta \ell$ , a indutância  $L = L_x = L_y = L_d \Delta \ell$  e a capacitância  $C = C_x = C_y = C_d \Delta \ell$ , onde  $L_d$  e  $C_d$  são, respectivamente, a indutância e a capacitância por unidade de comprimento. Desde que as linhas são conectadas em série, a indutância do nó é duas vezes a indutância de uma linha individual.

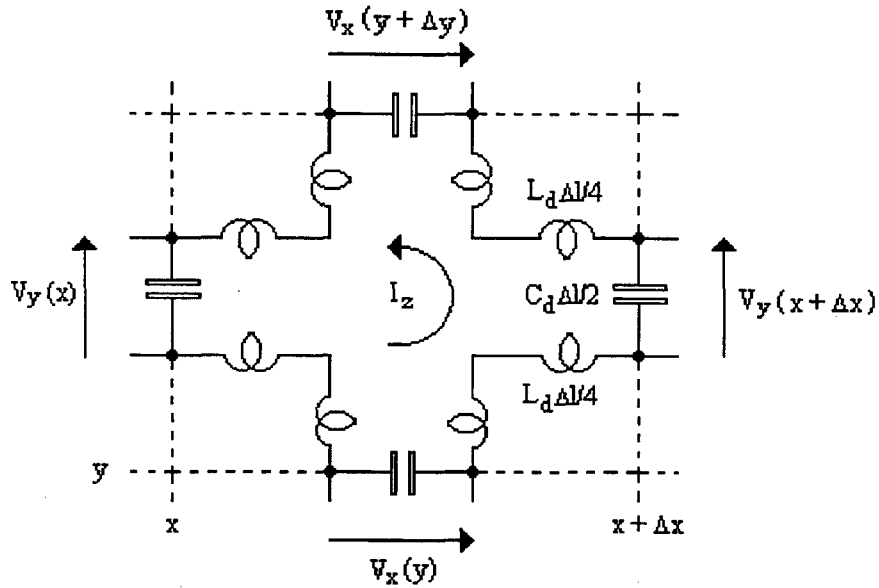


Figura 3.8 – Circuito para a análise do nó série.

Aplicando-se a lei de Kirchhoff para as tensões, na figura 3.8, tem-se que:

$$-V_x(y) + V_y(x) + V_x(y + \Delta y) - V_y(x + \Delta x) = 8 \frac{L_d \Delta \ell}{4} \frac{\partial I_z}{\partial t}$$

$$-V_y(x + \Delta x) + V_y(x) + V_x(y + \Delta y) - V_x(y) = 2L_d \Delta \ell \frac{\partial I_z}{\partial t}$$

$$-[V_y(x + \Delta x) - V_y(x)] + [V_x(y + \Delta y) - V_x(y)] = 2L_d \Delta \ell \frac{\partial I_z}{\partial t}$$

Dividindo-se ambos os lados por  $\Delta \ell$ :

$$\frac{-[V_y(x + \Delta x) - V_y(x)]}{\Delta \ell} + \frac{[V_x(y + \Delta y) - V_x(y)]}{\Delta \ell} = 2L_d \frac{\partial I_z}{\partial t}$$

No limite, quando  $\Delta\ell \rightarrow 0$ , obtém-se:

$$-\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} = 2L_d \frac{\partial I_z}{\partial t} \quad (3.32.a)$$

A partir do circuito da figura 3.9.a, pode-se desenvolver a seguinte expressão:

$$I_z(x + \Delta x) - I_z(x) = -C_d \Delta\ell \frac{\partial V_y}{\partial t}$$

Dividindo-se ambos os lados por  $\Delta\ell$ :

$$\frac{I_z(x + \Delta x) - I_z(x)}{\Delta\ell} = -C_d \frac{\partial V_y}{\partial t}$$

No limite, quando  $\Delta\ell \rightarrow 0$ :

$$\frac{\partial I_z}{\partial x} = -C_d \frac{\partial V_y}{\partial t} \quad (3.32.b)$$

Analogamente, para o circuito da figura 3.9.b:

$$\frac{\partial I_z}{\partial y} = C_d \frac{\partial V_x}{\partial t} \quad (3.32.c)$$

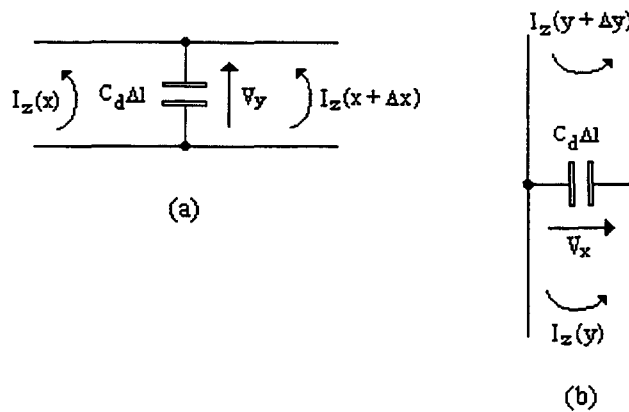


Figura 3.9 – Condições no nó série para a propagação na (a) direção  $x$  e (b) direção  $y$ .

Diferenciando-se as equações (3.30) em relação a  $t$ ,  $x$  e  $y$ , respectivamente, pode-se obter:

$$-\frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y \partial t} = 2L_d \frac{\partial^2 I_z}{\partial t^2} \quad (3.33.a)$$

$$\frac{\partial^2 I_z}{\partial x^2} = -C_d \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial t} \quad (3.33.b)$$

$$\frac{\partial^2 I_z}{\partial y^2} = C_d \frac{\partial^2 V_x}{\partial y \partial t} \quad (3.33.c)$$

Substituindo-se as equações (3.33.b) e (3.33.c) na equação (3.33.a), obtém-se a equação de Helmholtz para a propagação bidimensional:

$$\frac{\partial^2 I_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I_z}{\partial y^2} = 2L_d C_d \frac{\partial^2 I_z}{\partial t^2} \quad (3.34)$$

Devido às tensões nas extremidades 1, 2, 3 e 4 do nó série, figura 3.7, tem-se campos elétricos nas direções  $x$  e  $y$ . Já o campo magnético, em função da corrente  $I$  que circula pelo circuito em série, está na direção  $z$ . Assim, tem-se o modo elétrico transversal ( $TE$ ) de propagação. De modo que, as equações de Maxwell reduzem-se a:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3.35.a)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (3.35.b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3.35.c)$$

A partir destas equações, pode-se obter uma outra equação de Helmholtz:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (3.36)$$

Comparando-se as equações (3.32) e (3.34) com as equações (3.35) e (3.36) verifica-se a seguinte equivalência entre os parâmetros de campo e da malha *TLM* composta por nós séries:

$$H_z \equiv I_z \quad (3.37.a)$$

$$E_y \equiv -V_y \quad (3.37.b)$$

$$E_x \equiv -V_x \quad (3.37.c)$$

$$\mu \equiv 2L_d \quad (3.37.d)$$

$$\epsilon \equiv C_d \quad (3.37.e)$$

Neste caso, a malha bidimensional *TLM* completa, formada pela interseção linhas de transmissão em série, representa um meio de permeabilidade magnética igual a duas vezes a permeabilidade magnética do vácuo.

Neste caso, também, quando um meio qualquer é modelado por uma malha *TLM* composta por nós séries, tem-se que:

$$v_{TLM} = \frac{v_m}{\sqrt{2}} \quad (3.38)$$

$$Z_{TLM} = \sqrt{2}Z_m \quad (3.39)$$

onde:  $v_m$  é a velocidade de propagação em meio qualquer;

$Z_m$  é a impedância característica de um meio qualquer.

### 3.3.2. Espalhamento de Impulsos de Tensão na Malha *TLM* composta por Nós Séries

Pode-se, também, representar o nó série por quatro segmentos de linha de transmissão com impedâncias características ( $Z_{LT}$ ) iguais, como apresentado na figura 3.10. Novamente, cada uma das extremidades destes segmentos é chamada de *porta do nó*. Para esta estrutura, considera-se que a tensão incidente no momento  $k$  é aquela que incide no núcleo do nó a partir de uma determinada porta, e a tensão refletida no momento  $k$  é aquela que reflete do núcleo do nó em direção a uma determinada porta.

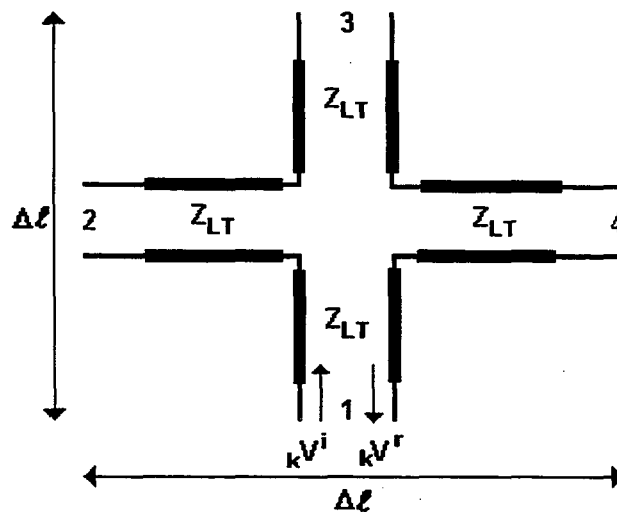


Figura 3.10 - Tensões incidentes e refletidas em um nó série.

Como já visto, a tensão refletida no momento  $k$  para cada porta do nó é dada por:

$${}_kV^r = {}_kV - {}_kV^i \quad (3.40)$$

Assim, para cada uma das portas do nó série apresentado na figura 3.10 pode-se, então, estabelecer que:

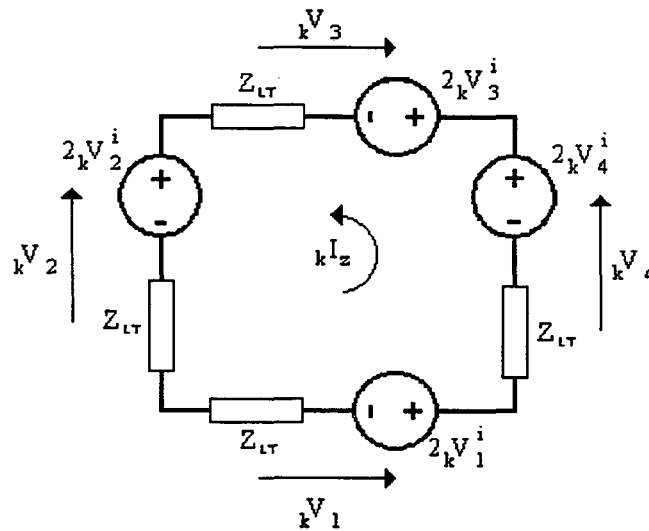
$${}_kV_1^r = {}_kV_1 - {}_kV_1^i \quad (3.41.a)$$

$${}_k V_2^r = {}_k V_2 - {}_k V_2^i \quad (3.41.b)$$

$${}_k V_3^r = {}_k V_3 - {}_k V_3^i \quad (3.41.c)$$

$${}_k V_4^r = {}_k V_4 - {}_k V_4^i \quad (3.41.d)$$

Cada um dos segmentos de linha que forma o nó série da figura 3.10, pode ser substituído pelo seu circuito equivalente de Thévenin, visto no Capítulo 2, como está apresentado na figura 3.11.



**Figura 3.11 – Circuito equivalente de Thévenin do nó série.**

A partir do circuito equivalente de Thévenin, mostrado na figura 3.11, obtém-se:

$$-2{}_k V_1^i + 2{}_k V_2^i + 2{}_k V_3^i - 2{}_k V_4^i + {}_k I_z 4Z_{LT} = 0 \quad (3.42)$$

$${}_k I_z = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_2^i - {}_k V_3^i + {}_k V_4^i}{2Z_{LT}} \quad (3.43)$$

A tensão total no momento  $k$  da porta 1 do nó série da figura 3.11 é dada por:

$${}_kV_1 = 2{}_kV_1^i - {}_kI_z Z_{LT} \quad (3.44)$$

Substituindo-se a equação (3.44) na equação (3.41.a), obtém-se a expressão para a tensão refletida no momento  $k$  para a porta 1:

$${}_kV_1^r = {}_kV_1^i - {}_kI_z Z_{LT} \quad (3.45)$$

Também, substituindo-se a equação (3.43) na equação (3.45), obtém-se:

$${}_kV_1^r = {}_kV_1^i - \frac{1}{2}({}_kV_1^i - {}_kV_2^i - {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.46)$$

ou:

$${}_kV_1^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i + {}_kV_2^i + {}_kV_3^i - {}_kV_4^i) \quad (3.47.a)$$

Analogamente, pode-se desenvolver as expressões para as tensões refletidas no momento  $k$  para as portas 2, 3 e 4 do nó série:

$${}_kV_2^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i + {}_kV_2^i - {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.47.b)$$

$${}_kV_3^r = \frac{1}{2}({}_kV_1^i - {}_kV_2^i + {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.47.c)$$

$${}_kV_4^r = \frac{1}{2}(-{}_kV_1^i + {}_kV_2^i + {}_kV_3^i + {}_kV_4^i) \quad (3.47.d)$$

As equações (3.47), que relacionam as tensões refletidas para cada porta com as tensões incidentes no momento  $k$  em todas as portas do nó série, podem ser representadas na forma matricial:



$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix}_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix}_k \quad (3.48)$$

Pode-se, também, resumir a equação (3.48) na seguinte expressão:

$${}_k V^r = [S]_k V^i \quad (3.49)$$

Neste caso, a matriz de espalhamento,  $[S]$ , é definida como:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Como já apresentado na seção 3.2.2, os impulsos incidentes nas portas do nó no momento  $k+1$ , são impulsos refletidos dos nós adjacentes no momento anterior  $k$ . Logo, para cada porta, a conexão entre a tensão refletida em um determinado momento ( $k$ ) com a tensão incidente no momento seguinte ( $k+1$ ), pode, novamente, ser estabelecida pelas expressões:

$${}_{k+1} V_1^i(x, y+1) = {}_k V_3^r(x, y) \quad (3.51.a)$$

$${}_{k+1} V_2^i(x+1, y) = {}_k V_4^r(x, y) \quad (3.51.b)$$

$${}_{k+1} V_3^i(x, y-1) = {}_k V_1^r(x, y) \quad (3.51.c)$$

$${}_{k+1} V_4^i(x-1, y) = {}_k V_2^r(x, y) \quad (3.51.d)$$

### 3.3.3. Computação de Campos na Malha *TLM* composta por Nós Séries

Como visto anteriormente,  $H_z \equiv I_z$ . Logo, o campo magnético na direção  $z$  no momento  $k$  é dado por:

$${}_k H_z = \frac{{}_k I_z}{\Delta \ell} = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_2^i - {}_k V_3^i + {}_k V_4^i}{2\Delta \ell Z_{LT}} \quad (3.52)$$

A partir da figura 3.7 e das equações (3.32) e (3.35), pode-se estabelecer que:

$${}_k E_x \equiv -{}_k V_x = -({}_k V_1^i + {}_k V_3^i) \quad (3.53.a)$$

$${}_k E_y \equiv -{}_k V_y = -({}_k V_2^i + {}_k V_4^i) \quad (3.53.b)$$

Assim, os campos elétricos nas direções  $x$  e  $y$  no momento  $k$  são, respectivamente, expressos por:

$${}_k E_x = -\frac{{}_k V_x}{\Delta \ell} = -\left( \frac{{}_k V_1^i + {}_k V_3^i}{\Delta \ell} \right) \quad (3.54.a)$$

$${}_k E_y = -\frac{{}_k V_y}{\Delta \ell} = -\left( \frac{{}_k V_2^i + {}_k V_4^i}{\Delta \ell} \right) \quad (3.54.b)$$

### 3.4. MODELAGEM DE CONDIÇÕES DE CONTORNO

Quando utiliza-se a simulação numérica de problemas de condições de contornos, torna-se necessário descrevê-las. O caso mais comum é o caso dos contornos perfeitamente condutores, os quais podem ser os contornos externos ou internos ao problema, e que descrevem condutores colocados dentro do volume descrito pela simulação. Os contornos condutores podem ser inseridos no nó ou entre os nós, como mostrado na figura 3.12. O *nó de curto-circuito*, mostrado na figura 3.12.(a), pode ser descrito pela modificação da matriz de espalhamento, levando-se em conta que em cada porta  $V^r = -V^i$ . Assim, a relação entre as tensões refletidas e as tensões incidentes no momento  $k$  é dada por:

$${}_k \begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} {}_k \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

O *contorno de curto-circuito* mostrado na figura 3.12.(b), tem uma impedância do contorno ( $Z$ ) que é nula. Assim, o coeficiente de reflexão será dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_{LT}}{Z + Z_{LT}} = -1 \quad (3.56)$$

e a conexão com o momento seguinte é expressa por:

$${}_{(k+1)} V_4^i = -{}_k V_4^r \quad (3.57)$$

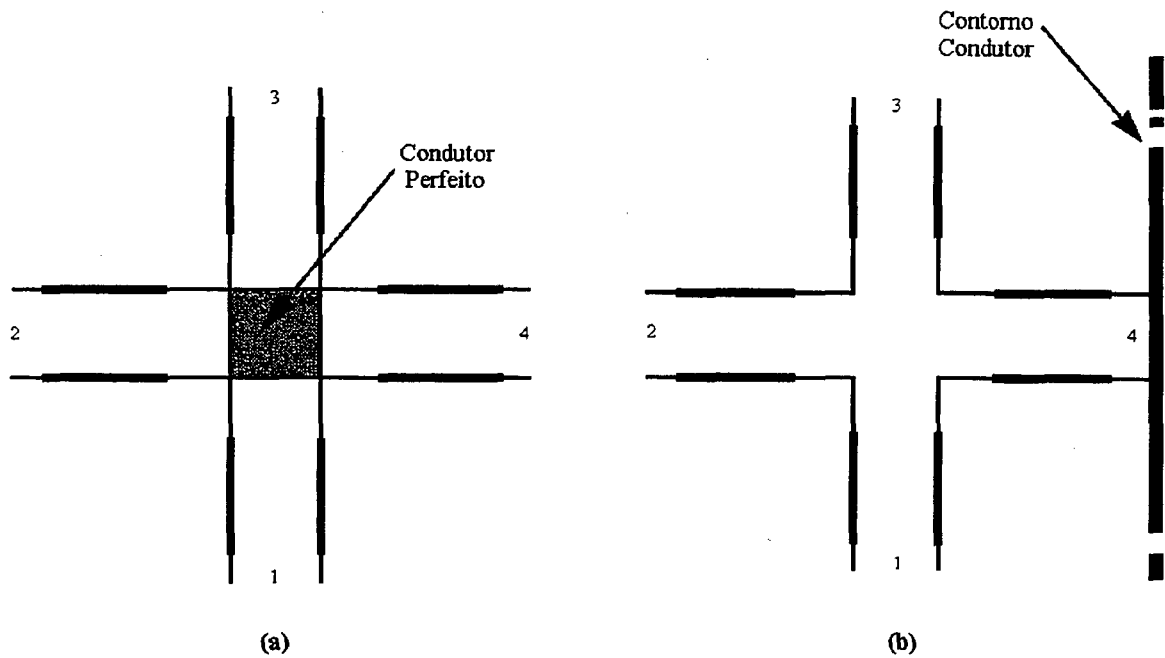


Figura 3.12 – Representação (a) de um condutor perfeito e (b) de um contorno condutor colocado na porta 4 do nó série.

No caso de uma *superfície isolante*, caracterizada por um *circuito aberto* nos terminais da porta e mostrada na figura 3.13, a impedância do contorno ( $Z$ ) é infinita e o coeficiente de reflexão será dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_{LT}}{Z + Z_{LT}} = 1 \quad (3.58)$$

determinando uma conexão com o momento seguinte expressa por:

$${}_{(k+1)}V_4^i = {}_kV_4^r \quad (3.59)$$

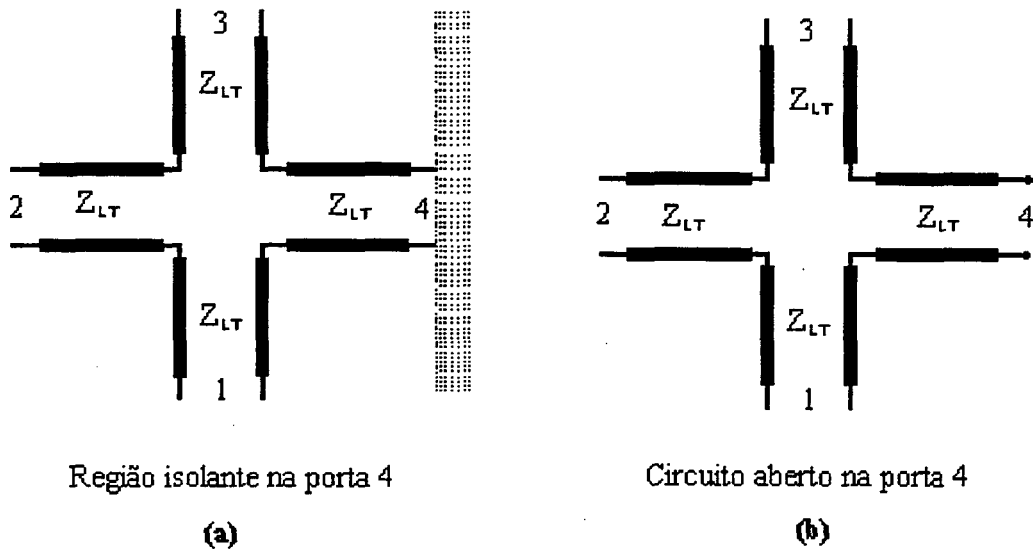


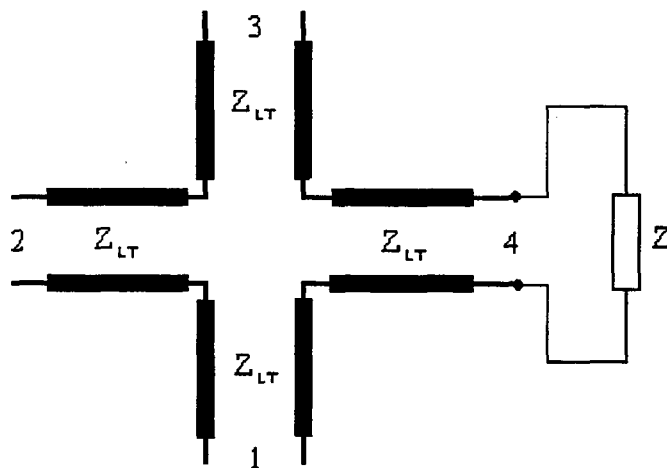
Figura 3.13 – (a) Contorno isolante e (b) representação do contorno isolante através de um circuito aberto na porta 4 do nó série.

Caso o contorno seja o *espaço aberto* ou uma *região qualquer* com uma determinada impedância característica, pode-se representar o contorno do nó como uma impedância  $Z$  junto aos terminais da porta que contém este contorno, como representado na figura 3.14. O coeficiente de reflexão será, então, dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_{LT}}{Z + Z_{LT}} \quad (3.60)$$

Assim, a conexão com o momento seguinte é dada por:

$${}_{(k+1)}V_4^i = \Gamma_k V_4^r \quad (3.61)$$



**Figura 3.14 - Contorno de impedância  $Z$  na porta 4 do nó série.**

As condições de contorno em uma malha composta de nós paralelos, são impostas, também, pelas terminações das linhas de transmissão e pela impedância característica do meio. Os contornos de curto-circuito e circuito aberto, são aplicados da mesma maneira que para a malha composta por nós séries.

### 3.5. CONCLUSÕES

A partir do equacionamento desenvolvido, pode-se estabelecer uma equivalência entre os parâmetros da malha *TLM*, composta ou por nós paralelos ou por nós séries, e os parâmetros de campo e a partir desta equivalência, calcular campos eletromagnéticos. Além disso, observa-se a simplicidade da malha *TLM – 2D*, que torna relativamente fácil o entendimento e a implementação do método.

Utilizando-se as equações para o método *TLM – 2D* apresentadas neste capítulo, desenvolveu-se programas computacionais para a análise de problemas bidimensionais. Para validar os programas desenvolvidos, foram calculadas as frequências de corte em guias de ondas. Os resultados obtidos são apresentados no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 4

### APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo será analisada a eficiência do método *TLM*, aplicado ao estudo de problemas bidimensionais. Para tanto, foram implementados programas computacionais e simulados alguns exemplos, avaliando-se a validade do método numérico estudado.

Optou-se por estudar casos em que pode-se obter uma confirmação analítica dos resultados obtidos. Logo, utilizou-se os programas desenvolvidos para calcular-se as frequências de corte de guias de ondas.

Portanto, serão obtidos, inicialmente, os resultados analíticos das frequências de corte para alguns modos de propagação de guias de ondas retangulares, considerando-se o modo de propagação *TE*.

A seguir, serão simulados alguns casos para o guia de ondas analisado, a fim de comparar-se os resultados obtidos com os analíticos.

Finalmente, um caso de guia de ondas de crista será avaliado. Para este tipo de estrutura, não existem valores analíticos para fazer-se a comparação. Porém, uma vez que o guia de ondas é de crista, suas dimensões internas são menores do que as dimensões internas de um guia de ondas retangular. Logo, espera-se que as suas frequências de corte aumentem [13].

## 4.2. UTILIZAÇÃO DO MÉTODO *TLM* – 2D

O método *TLM* tem sido usado para resolver problemas de espalhamento em guias de ondas e, também, para obter as frequências de corte para guias de onda de seção arbitrária. Em ambos os casos, os guias de ondas são preenchidos por um meio homogêneo [6].

O método *TLM* é, portanto, de considerável importância prática. Além disso, a simplicidade da malha *TLM* bidimensional torna o entendimento do método e sua implementação relativamente simples.

Este trabalho desenvolveu um estudo da utilização do método *TLM* para a análise de problemas bidimensionais. Para tanto, realizou-se a implementação de programas computacionais utilizando-se a linguagem *ForTran 90*, a partir do equacionamento desenvolvido no **Capítulo 3 – *TLM em Duas Dimensões***.

### 4.2.1. Modelagem dos Guias de Ondas

Foram modelados um guia de ondas retangular e um guia de ondas de crista, considerando-se apenas as suas seções transversais.

Conforme visto no Capítulo 3, existem dois tipos de nós que podem ser utilizados para compor a malha *TLM* bidimensional: o nó paralelo e o nó série. As equações desenvolvidas para estes dois casos, de acordo com os equivalentes Thévenin apresentados anteriormente, são apresentadas a seguir.

#### 4.2.1.1. Nó Paralelo

Foi visto no Capítulo 3 que para o nó paralelo, tem-se o modo de propagação *TM*. Porém, o nó paralelo pode, também, comportar o modo de propagação *TE* [1] [4] [7]. Para tanto, aplica-se as seguintes equivalências [4]:

$$V_z \equiv H_z \quad I_y \equiv -E_x \quad I_x \equiv E_y$$



Os contornos condutores do guia de ondas são, agora, representados por circuitos abertos e os contornos isolantes são representados por curto-circuitos [1] [4] [7]. Assim, tem-se as seguintes equações:

Para os nós intermediários

$${}_k \begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} {}_k \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$${}_{k+1} V_1^i(x, y+1) = {}_k V_3^r(x, y) \quad (4.2)$$

$${}_{k+1} V_2^i(x+1, y) = {}_k V_4^r(x, y) \quad (4.3)$$

$${}_{k+1} V_3^i(x, y-1) = {}_k V_1^r(x, y) \quad (4.4)$$

$${}_{k+1} V_4^i(x-1, y) = {}_k V_2^r(x, y) \quad (4.5)$$

$${}_k V_z = 0,5({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (4.6)$$

$${}_k H_z \equiv {}_k V_z = 0,5({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (4.7)$$

$${}_k I_x = \frac{{}_k V_2^i - {}_k V_4^i}{Z_{LT}} \quad (4.8)$$

$${}_k E_y \equiv {}_k I_x = \frac{{}_k V_2^i - {}_k V_4^i}{Z_{LT}} \quad (4.9)$$

$${}_k I_y = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_3^i}{Z_{LT}} \quad (4.10)$$

$${}_k E_x \equiv -{}_k I_y = \frac{{}_k V_3^i - {}_k V_1^i}{Z_{LT}} \quad (4.11)$$

#### Para os nós junto aos contornos (extremidades)

Considerando-se a condição de curto-circuito nas extremidades do guia de ondas, a única modificação que ocorre é nas equações relativas à *conexão com o momento seguinte*:

$${}_{k+1} V_1^i(x, y) = {}_k V_1^r(x, y) \quad (4.12)$$

$${}_{k+1} V_2^i(x, y) = {}_k V_2^r(x, y) \quad (4.13)$$

$${}_{k+1} V_3^i(x, y) = {}_k V_3^r(x, y) \quad (4.14)$$

$${}_{k+1} V_4^i(x, y) = {}_k V_4^r(x, y) \quad (4.15)$$

#### **4.2.1.2. Nó Série**

##### Para os nós intermediários

$${}_k \begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} {}_k \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$${}_{k+1}V_1^i(x, y+1) = {}_kV_3^r(x, y) \quad (4.17)$$

$${}_{k+1}V_2^i(x+1, y) = {}_kV_4^r(x, y) \quad (4.18)$$

$${}_{k+1}V_3^i(x, y-1) = {}_kV_1^r(x, y) \quad (4.19)$$

$${}_{k+1}V_4^i(x-1, y) = {}_kV_2^r(x, y) \quad (4.20)$$

$${}_kI_z = \frac{{}_kV_1^i - {}_kV_2^i - {}_kV_3^i + {}_kV_4^i}{2Z_{LT}} \quad (4.21)$$

$${}_kH_z \equiv {}_kI_z = \frac{{}_kV_1^i - {}_kV_2^i - {}_kV_3^i + {}_kV_4^i}{2Z_{LT}} \quad (4.22)$$

$${}_kV_x = {}_kV_1^i + {}_kV_3^i \quad (4.23)$$

$${}_kE_x \equiv -{}_kV_x = -({}_kV_1^i + {}_kV_3^i) \quad (4.24)$$

$${}_kV_y = {}_kV_2^i + {}_kV_4^i \quad (4.25)$$

$${}_kE_y \equiv -{}_kV_y = -({}_kV_2^i + {}_kV_4^i) \quad (4.26)$$

#### Para os nós junto aos contornos (extremidades)

Considerando-se a condição de curto-circuito nas extremidades do guia de onda, a única modificação que ocorre é nas equações relativas à *conexão com o momento seguinte*:

$${}_{k+1}V_1^i(x, y) = -{}_kV_1^r(x, y) \quad (4.27)$$

$${}_{k+1}V_2^i(x, y) = - {}_kV_2^r(x, y) \quad (4.28)$$

$${}_{k+1}V_3^i(x, y) = - {}_kV_3^r(x, y) \quad (4.29)$$

$${}_{k+1}V_4^i(x, y) = - {}_kV_4^r(x, y) \quad (4.30)$$

Utilizando-se estas equações, foram desenvolvidos os programas para o cálculo das frequências de corte do modo *TE* de um guia de ondas retangular e de um guia de ondas de crista. Neste caso, os guias de ondas são excitados por uma função impulso unitária, em uma linha de nós, e a saída é obtida em um único ponto. O algoritmo utilizado nos programas está apresentado na figura 4.1

Inicialmente, tem-se a entrada de dados dos programas. Nesta etapa, define-se o tamanho da malha, que consiste na escolha do número máximo de nós nas direções *x* e *y*, o espaçamento entre os nós ( $\Delta\ell$ ), o número de iterações, as coordenadas das condições de contorno, o tipo (campo elétrico ou magnético) e as coordenadas de excitação (em um nó ou em uma linha de nós) e o tipo (campo elétrico ou magnético) e as coordenadas do ponto de saída. No anexo 2, é apresentada a tela de entrada de dados dos programas desenvolvidos.

A partir dos dados solicitados, os programas calculam, inicialmente, os campos elétrico ou magnético que propagam-se pelo guia de onda, com base nas tensões incidentes, considerando na primeira excitação todas as tensões incidentes nulas, exceto nos nós de excitação, e os valores obtidos são armazenados em um arquivo de dados. Então, são calculadas as tensões refletidas em todas as portas de todos os nós, na etapa de espalhamento. A seguir, são aplicadas as condições de contorno aos nós localizados nas extremidades do guia de ondas. A passagem para o momento seguinte, é feita com uma conexão para as novas tensões incidentes e a partir daí, o processo de cálculo repete-se por tantas iterações quanto desejadas.

Com os valores dos campos elétrico ou magnético obtidos a partir dos programas, faz-se uma Transformada Discreta de Fourier (*DFT*) [14], a fim de obter-se as frequências de corte dos guias de ondas. Para a realização da *DFT*, foi utilizado o programa *freq.f*, desenvolvido pelo doutorando Golberi Salvador Ferreira.

Para o traçado das curvas obtidas na análise harmônica, foi utilizado o programa *MathCad* [15].

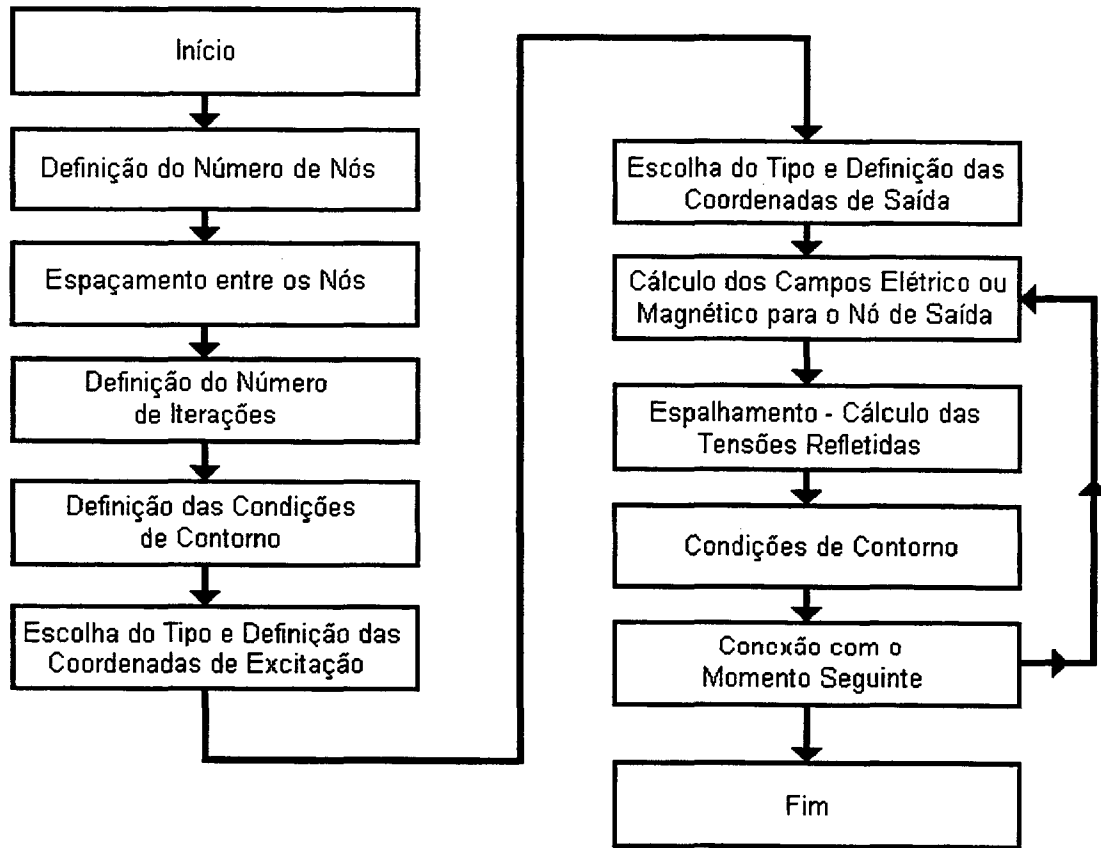


Figura 4.1 – Algoritmo dos programas desenvolvidos.

### 4.3. RESULTADOS OBTIDOS

#### 4.3.1. Guia de Ondas Retangular com $\mu = \mu_0$ e $\varepsilon = \varepsilon_0$

O guia de ondas analisado, apresentado na figura 4.2, têm as dimensões  $a = 2 \text{ cm}$  e  $b = 1 \text{ cm}$ . Para esta estrutura as frequências de corte para os cinco primeiros modos  $TE$ , calculadas analiticamente, pela expressão [11] [12]:

$$f_{cm,n} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

onde  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , apresentam os seguintes valores:

Modo de Propagação	Frequência (GHz)
$TE_{10}$	7,5
$TE_{20}$	15,0
$TE_{11}$	16,7
$TE_{21}$	21,2
$TE_{30}$	22,5

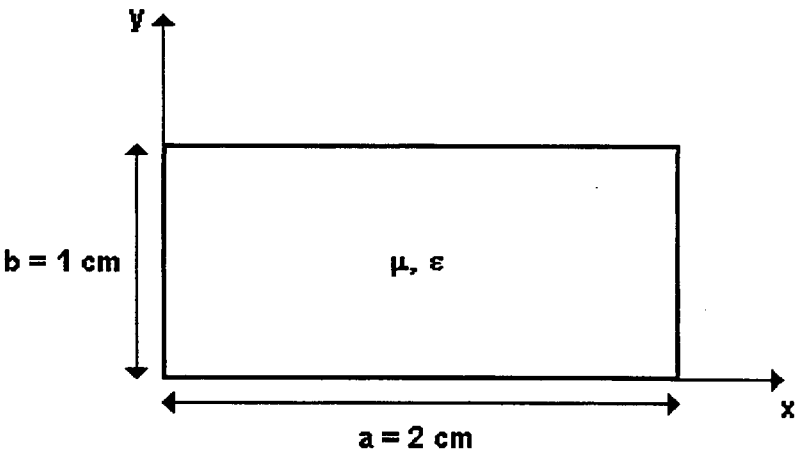


Figura 4.2 – Guia de ondas retangular.

Além disso, desde que deseja-se obter o modo  $TE$ , deve-se simular um campo magnético na direção  $z$  ( $H_z$ ). Para tanto, aplica-se uma função impulso unitária às quatro portas dos nós de excitação, uma vez que o campo magnético  $H_z$  é equivalente à tensão  $V_z$ , equação (4.7), quando utiliza-se o nó paralelo e é equivalente à corrente  $I_z$ , equação (4.22), quando utiliza-se o nó série.

A aplicação da função impulso unitária às quatro portas dos nós de excitação, foi feita de duas formas:

- *excitação 1:* na parede vertical do guia de ondas, ou seja, os impulsos são lançados em todos os nós formando uma linha na direção  $y$ , como apresentado na figura 4.3;
- *excitação 2:* os impulsos são lançados em alguns nós, localizados a uma certa distância da parede vertical do guia de ondas e formando uma linha na direção  $y$  como apresentado na figura 4.3.

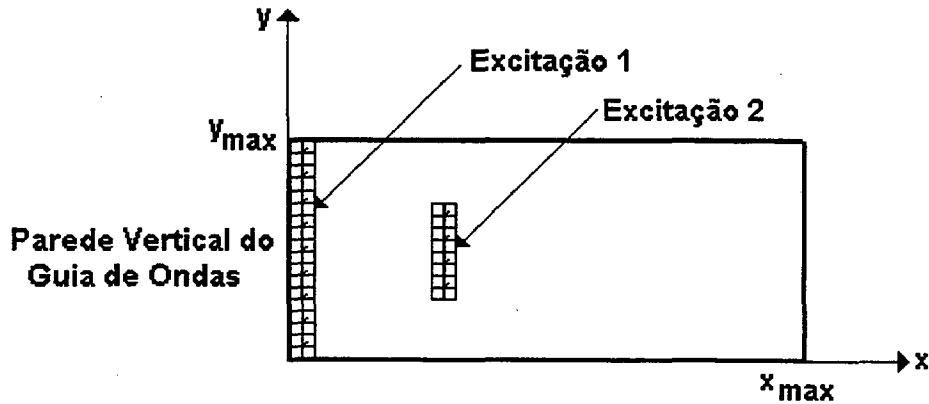


Figura 4.3 – Formas de excitação do guia de ondas.

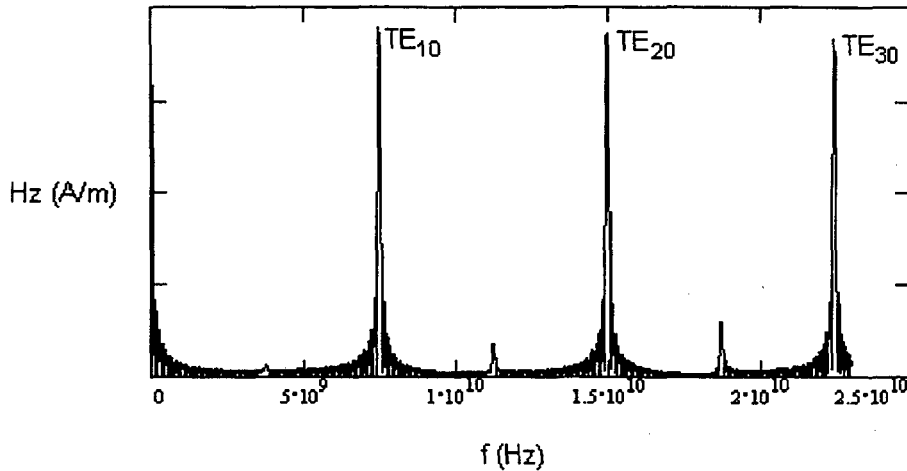
Para uma excitação do tipo 1, espera-se obter somente os modos  $TE_{m0}$  [1] [2] [4] [16], pois como esta excitação é feita numa linha contínua de nós na direção  $y$ , anula-se as variações de componentes de campo nesta direção. Já para uma excitação do tipo 2, espera-se obter os modos  $TE_{mn}$  [1] [2] [4] [16].

Nas simulações do guia apresentado na figura 4.2, empregando-se tanto o nó paralelo quanto o nó série, foi utilizada uma malha de 50 x 25 nós paralelos, que indica que o guia foi dividido em 50 nós na direção  $x$  e em 25 nós na direção  $y$ , ou seja,  $x_{\max} = 50$  e  $y_{\max} = 25$ ,  $\Delta\ell = 0,0004$  m e realizadas 5000 iterações.

#### 4.3.1.1. Utilização do Nó Paralelo

Para a forma de excitação 1, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.4 utilizando-se os seguintes dados de excitação e saída:

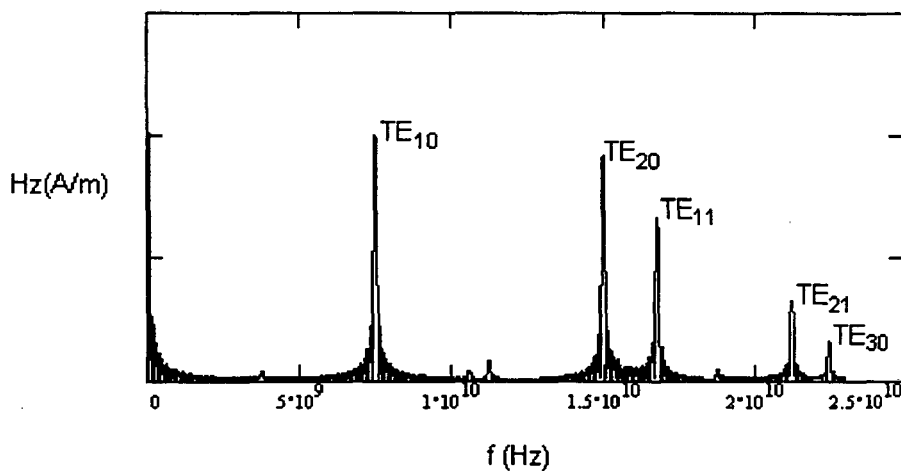
- ✧ tipo de excitação:  $H_z$
- ✧ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 1$        $x_{\max} = 1$   
 $y_{\min} = 1$        $y_{\max} = 25$
- ✧ tipo de saída:  $H_z$
- ✧ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



**Figura 4.4 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 1.**

Para a forma de excitação 2, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.5 utilizando-se os seguintes dados de excitação e saída:

- ◇ tipo de excitação:  $H_z$
- ◇ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 5$        $x_{\max} = 5$   
 $y_{\min} = 5$        $y_{\max} = 20$
- ◇ tipo de saída:  $H_z$
- ◇ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



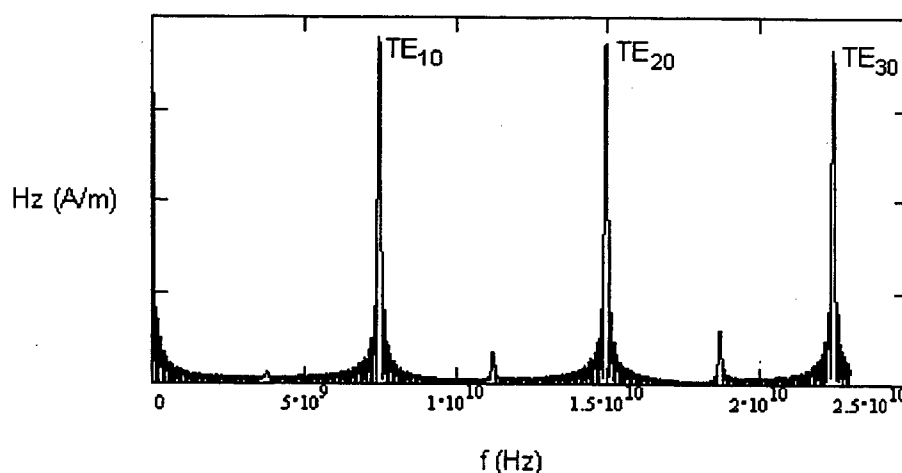
**Figura 4.5 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.**



### 4.3.1.2. Utilização do Nó Série

Para a forma de excitação 1, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.6 utilizando-se os seguintes dados de excitação e saída:

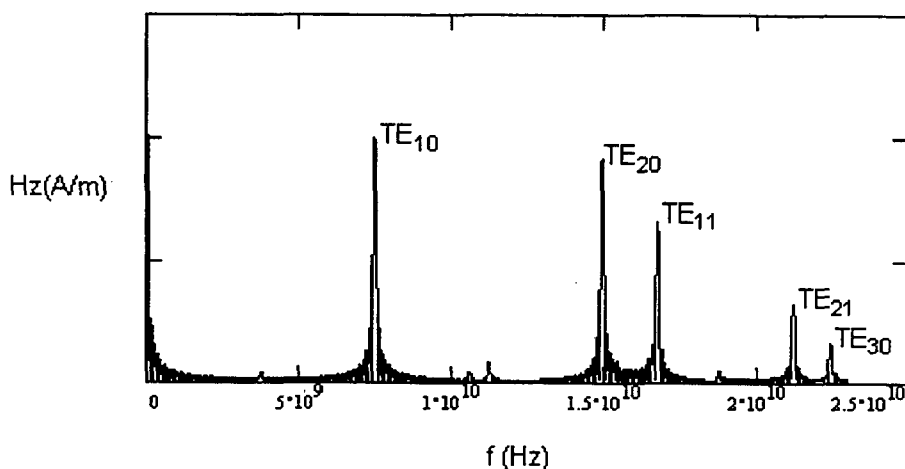
- ⇒ tipo de excitação:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 1$        $x_{\max} = 1$   
 $y_{\min} = 1$        $y_{\max} = 25$
- ⇒ tipo de saída:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



**Figura 4.6 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 1.**

Para a forma de excitação 2, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.7 utilizando-se os seguintes dados de excitação e saída:

- ⇒ tipo de excitação:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 5$        $x_{\max} = 5$   
 $y_{\min} = 5$        $y_{\max} = 20$
- ⇒ tipo de saída:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



**Figura 4.7 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.**

Para as figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 as frequências de corte obtidas apresentam os seguintes valores:

Modo de Propagação	Frequência (GHz)
$TE_{10}$	7,5
$TE_{20}$	14,9
$TE_{11}$	16,8
$TE_{21}$	21,2
$TE_{30}$	22,4

Comparando-se os valores calculados analiticamente com os valores obtidos, verifica-se que estes são os esperados, comprovando a validade do método *TLM – 2D*.

Além disso, das figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 verifica-se que os modos obtidos de acordo com a forma de excitação utilizada são os esperados, novamente comprovando a validade do método *TLM – 2D*.

#### 4.3.2. Guia de Ondas Retangular com $\mu = \mu_0$ e $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$

A estrutura analisada é a da figura 4.2. Porém, o dielétrico que preenche o guia de ondas tem agora uma permissividade elétrica relativa ( $\varepsilon_r$ ) igual a 2,2. Neste caso, as frequências de corte para os cinco primeiros modos  $TE$ , calculadas analiticamente, pela expressão [11] [12]:

$$f_{cm,n} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

onde  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , apresentam os seguintes valores:

Modo de Propagação	Frequência (GHz)
$TE_{10}$	5,05
$TE_{20}$	10,11
$TE_{11}$	11,30
$TE_{21}$	14,29
$TE_{30}$	15,16

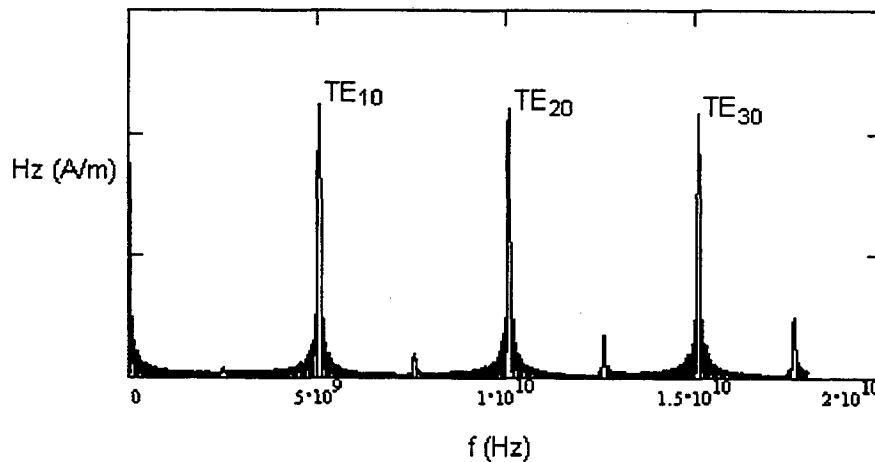
Novamente, deseja-se obter os modos de propagação  $TE$ . Logo, simula-se um campo magnético na direção  $z$ . As formas de excitação utilizadas são as mesmas apresentadas na figura 4.3. De modo que, os modos de propagação esperados, também, são os mesmos do item anterior.

Nas simulações do guia apresentado na figura 4.2, agora com um dielétrico com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , empregando-se tanto o nó paralelo quanto o nó série, foi utilizada uma malha de 50 x 25 nós paralelos, que indica que o guia foi dividido em 50 nós na direção  $x$  e em 25 nós na direção  $y$ , ou seja,  $x_{\max} = 50$  e  $y_{\max} = 25$ ,  $\Delta\ell = 0,0004$  m e realizadas 5000 iterações.

#### 4.3.2.1. Utilização do Nó Paralelo

Para o resultado apresentado na figura 4.8, utilizou-se a forma de excitação 1 e os seguintes dados de excitação e saída:

- ⇒ tipo de excitação:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 1$        $x_{\max} = 1$   
 $y_{\min} = 1$        $y_{\max} = 25$
- ⇒ tipo de saída:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



**Figura 4.8 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\epsilon_r = 2,2$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 1.**

Para o resultado apresentado na figura 4.9, utilizou-se a forma de excitação 2 e os seguintes dados de excitação e saída:

- ⇒ tipo de excitação:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 5$        $x_{\max} = 5$   
 $y_{\min} = 5$        $y_{\max} = 20$
- ⇒ tipo de saída:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$

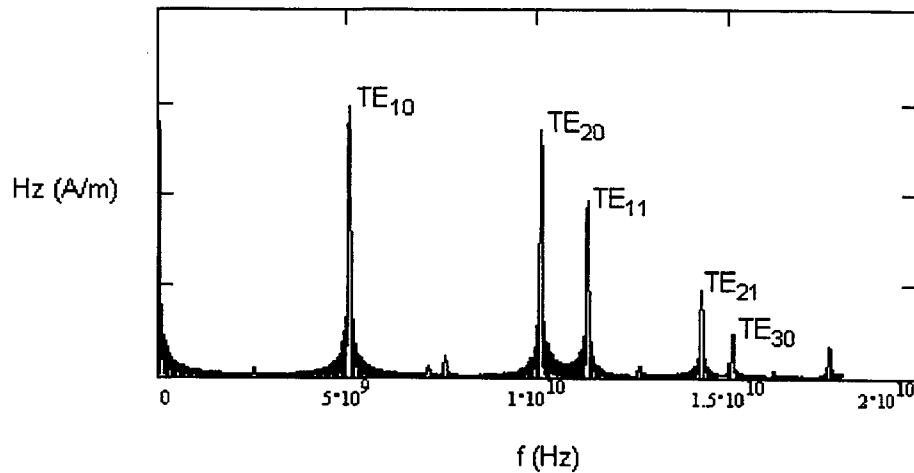


Figura 4.9 – Frequências de corte do guia de ondas retangular  $\mu = \mu_0$  e  $\epsilon = \epsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.

#### 4.3.2.2. Utilização do Nó Série

Para o resultado apresentado na figura 4.10, utilizou-se a forma de excitação 1 e os seguintes dados de excitação e saída:

- ◇ tipo de excitação:  $H_z$
- ◇ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 1$        $x_{\max} = 1$   
 $y_{\min} = 1$        $y_{\max} = 25$
- ◇ tipo de saída:  $H_z$
- ◇ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$

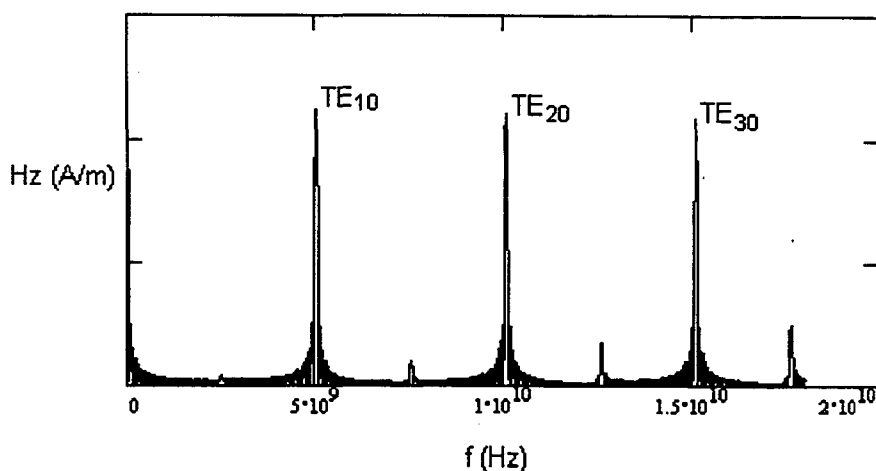
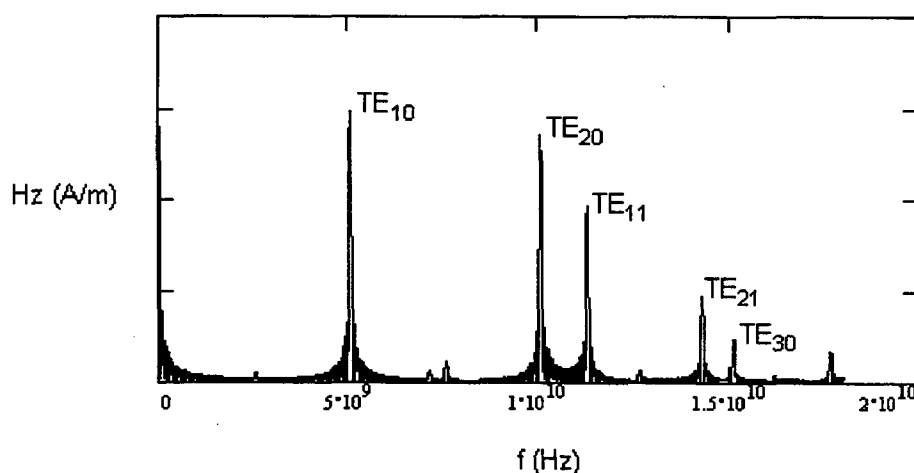


Figura 4.10 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\epsilon_r = 2,2$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 1.

Para o resultado apresentado na figura 4.11, utilizou-se a forma de excitação 2 e os seguintes dados de excitação e saída:

- ⇒ tipo de excitação:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 5$        $x_{\max} = 5$   
 $y_{\min} = 5$        $y_{\max} = 20$
- ⇒ tipo de saída:  $H_z$
- ⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 25$        $y = 10$



**Figura 4.11 – Frequências de corte do guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = 2,2\varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.**

Para as figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11, as frequências de corte obtidas apresentam os seguintes valores:

Modo de Propagação	Frequência (GHz)
$TE_{10}$	5,05
$TE_{20}$	10,10
$TE_{11}$	11,30
$TE_{21}$	14,30
$TE_{30}$	15,10

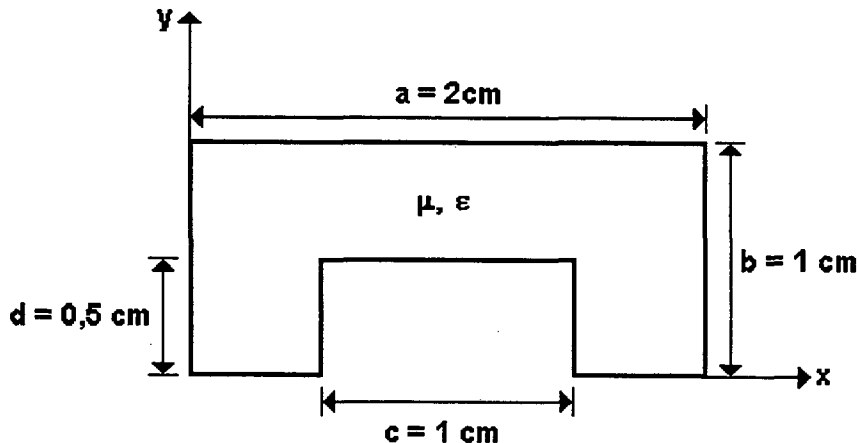
Comparando-se os valores calculados analiticamente com os valores obtidos, verifica-se que estes são os esperados, comprovando a validade do método *TLM – 2D*.

Das figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 verifica-se que os modos de propagação obtidos para cada forma de excitação utilizada são os esperados, novamente comprovando a validade do método *TLM – 2D*.

### 4.3.3. Guia de Ondas de Crista

O guia ondas de crista é uma estrutura usada em microondas, que possui a geometria apresentada na figura 4.12. A crista é utilizada para proporcionar uma melhor fixação mecânica da estrutura.

Novamente, simulou-se um campo magnético na direção  $z$ , a fim de obter-se os modos de propagação *TE*. Neste caso, utilizou-se apenas a forma de excitação 2, apresentada na figura 4.3.



**Figura 4.12 – Guia de ondas de crista.**

Nas simulações do guia apresentado na figura 4.12, empregando-se tanto o nó paralelo quanto o nó série, foi utilizada uma malha de  $40 \times 20$  nós, que indica que o guia foi dividido em 40 nós na direção  $x$  e em 20 nós na direção  $y$ , ou seja,  $x_{\max} = 40$  e  $y_{\max} = 20$ ,  $\Delta\ell = 0,0005\text{ m}$  e realizadas 5000 iterações.

Foram, ainda, utilizados os seguintes dados de excitação e saída:

⇒ tipo de excitação:  $H_z$

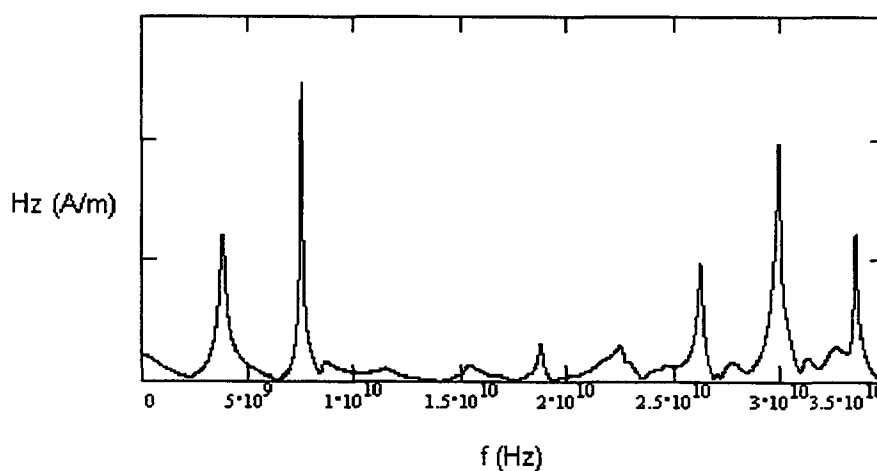
⇒ coordenadas do ponto de excitação:  $x_{\min} = 5$        $x_{\max} = 5$   
 $y_{\min} = 5$        $y_{\max} = 15$

⇒ tipo de saída:  $H_z$

⇒ coordenadas do ponto de saída:  $x = 6$        $y = 6$

#### 4.3.3.1. Utilização do Nó Paralelo

Para a forma de excitação 2, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.13.

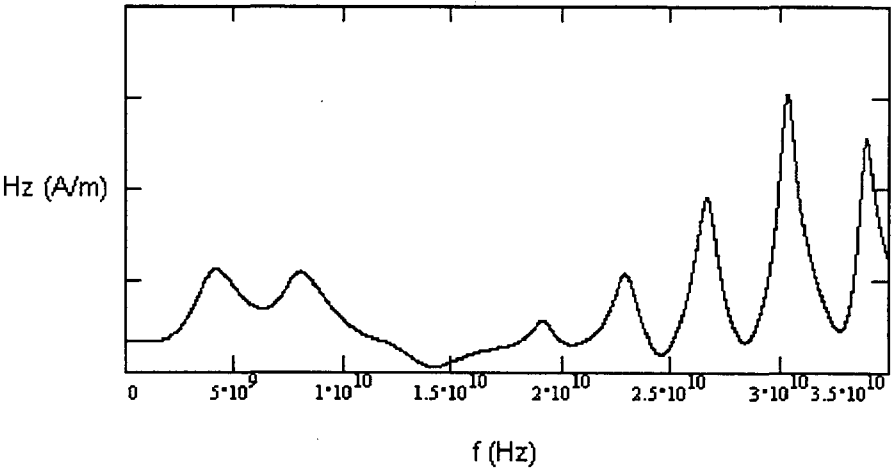


**Figura 4.13 – Frequências de corte do guia de ondas de crista com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó paralelo, para a forma de excitação 2.**

#### 4.3.3.2. Utilização do Nó Série

Para a forma de excitação 2, obteve-se o resultado apresentado na figura 4.14.





**Figura 4.14 – Frequências de corte do guia de ondas de crista com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , obtidas utilizando-se o nó série, para a forma de excitação 2.**

Para um guia de ondas retangular com  $\mu = \mu_0$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0$  e com dimensões  $a = 2\text{ cm}$  e  $b = 1\text{ cm}$ , que são as mesmas dimensões externas do guia de ondas de crista analisado, as frequências de corte para os cinco primeiros modos de propagação  $TE$ , calculadas analiticamente, são apresentadas na tabela abaixo:

Modo de Propagação	Frequência (GHz)
$TE_{10}$	7,5
$TE_{20}$	15,0
$TE_{11}$	16,7
$TE_{21}$	21,2
$TE_{30}$	22,5

Observa-se, então, que apesar de não existirem valores analíticos para fazer-se a comparação, os resultados mostram-se coerentes, pois uma vez que o guia é de crista, suas dimensões internas são menores, logo as frequências de corte aumentam, embora as suas dimensões externas sejam as mesmas do guia retangular [13].

Espera-se, então, que para guias de onda com as mesmas dimensões externas, os de crista apresentem as frequências de corte mais elevadas [13].

Como pode-se observar pelas figuras 4.13 e 4.14, os valores das frequências de corte para o guia de crista aumentam como esperado, comprovando que o método *TLM – 2D* pode ser usado para modelar estruturas de maior complexidade.

#### 4.4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados apresentados neste capítulo, pode-se concluir que o método numérico utilizado apresenta bons resultados, pois os valores obtidos para as frequências de corte dos modos *TE* são os valores esperados e os modos obtidos também são os esperados, de acordo com a forma de excitação utilizada. Além disso, comprovou-se que a utilização das malhas compostas por nós paralelos ou por nós séries apresentam o mesmo resultado, como era esperado. De modo que para a solução de problemas bidimensionais, somente a utilização de um dos dois tipos de malha é necessária.

Observa-se, também, que pode-se modelar geometrias mais complexas, uma vez que os resultados obtidos para o guia de ondas de crista analisado, foram coerentes com os esperados.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES

#### 5.1. O MÉTODO *TLM – 2D*

Neste trabalho, desenvolveu-se um estudo da aplicação do método *TLM* para a análise de problemas bidimensionais. A fim de validar este estudo, utilizou-se o método *TLM – 2D* para o cálculo das freqüências de corte de guias de ondas. Para tanto, levou-se em conta a importante característica deste método que é a de possibilitar uma análise transitória que forneça resultados em um determinado ponto, sendo estes resultados a resposta a uma função impulso aplicada a um ou mais pontos formando uma linha de excitação. Isto significa que o procedimento numérico adotado, fornece toda a informação necessária sobre a resposta à freqüência para valores de freqüências entre zero e infinito. Nas simulações realizadas, as respostas à freqüência obtidas consideram uma faixa de freqüências menor, pois não é necessário utilizar-se uma faixa de freqüências muito grande para obter-se resultados que possam ser comparados com valores calculados analiticamente.

A partir do equacionamento desenvolvido para o método, foram realizadas implementações computacionais a fim de demonstrarem a validade do método, comparando-se os resultados obtidos aos analíticos. Verificou-se, então, que os resultados obtidos numericamente tanto para o guia de ondas retangular, quanto para o guia de ondas de crista apresentaram-se como esperados, comprovando a eficiência do método.

Verificou-se, também, que como o método *TLM – 2D* está baseado nas equações para linhas de transmissão no domínio do tempo, sendo esta teoria bastante conhecida, sua implementação torna-se relativamente simples, ao contrário de muitos métodos numéricos que levam a um grande conjunto de equações lineares e que requerem um considerável esforço analítico e computacional.

Embora a aplicação do método *TLM* neste trabalho tenha limitado-se ao estudo de problemas de propagação de ondas, este método pode ser aplicado a outros problemas tais como:

- cálculo de frequências de corte em linhas de transmissão tipo *fin* ;
- análise de transitórios em linhas de transmissão tipo *strip* ;
- problemas não - lineares;
- problemas com antenas.

Outras aplicações do método *TLM* podem ser encontradas, não somente em problemas eletromagnéticos, mas também em outras áreas como máquinas elétricas, filtros, estruturas ópticas e acústica.

## 5.2. TRABALHOS FUTUROS

O estudo do método *TLM* aplicado à análise de problemas que contenham não homogeneidades e perdas, a utilização de malhas retangulares e malhas irregulares, técnicas de correção de erros de truncamento da função impulso, de velocidade de propagação na malha *TLM*, devido à dispersão, e de discretização da malha, são sugestões para trabalhos futuros, tanto em *2D* como em *3D*. Além disso, aplicar o método a problemas relacionados à Compatibilidade Eletromagnética (*EMC*).

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] HOEFER, W. J. R. "The Transmission – Line Matrix Method: Theory and Applications". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol MTT – 33, N.º 10, pp 882 – 893, October/1985.
- [2] ITOH, T. "Numerical Techniques for Microwave and Millimeter – Wave in Passives Structures". John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [3] JOHNS, P. B. and BEULER, R. L. "Numerical solution of 2 – dimensional scattering problems using a transmission – line matrix". Proceedings IEEE, Vol. 118, N.º 9, pp 1203 – 1208, September/1971.
- [4] JOHNS, P. B. "Application of the transmission – line – matrix method to homogeneous waveguides of arbitrary cross – section". Proceedings IEE, Vol. 119, N.º 8, pp 1086 – 1091, August /1972.
- [5] AKHTARZAD, S. and JOHNS, P. B. "Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by t.l.m. method of numerical analysis". Proceedings IEE, Vol. 122, N.º 12, pp 1344 – 1352, December/1975.
- [6] JONHS, P. B. "The solution of inhomogeneous problems using a transmission – line matrix". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT – 22, N.º 3, pp 209 – 215, March/1974.
- [7] SHIH, Y. C. and HOEFER, W. J. R. "Dominant and Second – Order Mode Cutoff Frequencies in Fin Lines Calculated with a Two – Dimensional TLM Program". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol MTT – 28, N.º 12, pp 1443 – 1448, December/1980.

- [8] SHIH, Y. C. and HOEFER, W. J. R. "The Accuracy of TLM Analysis of Finned Rectangular Waveguides". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol MTT – 28, N.º 7, pp 1443 – 1448, December/1980.
- [9] CHRISTOPOULOS, C. "The Transmission – Line Modeling Method: TLM". IEE Press/Oxford University Press, 1995.
- [10] FACCIONI FILHO, Mauro. "O Método de Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) e Aplicações em Compatibilidade Eletromagnética". Dissertação de Mestrado, UFSC – CTC – EEL – GRUCAD, Junho/1997.
- [11] KRAUS, J. D. "Electromagnetics". McGraw – Hill, New York, 1991.
- [12] SADIKU, M. N. O. "Elements of Electromagnetics". Second Edition, Saunders College Publishing, USA, 1989.
- [13] FERREIRA, G. S. "Estudo de Campos Eletromagnéticos em Altas Frequências com Aplicação em Guias de Onda Retangulares". Dissertação de Mestrado. UFSC – CTC – EEL – GRUCAD, Maio/1994.
- [14] CANDY, J. V. "Signal Processing – The Modern Approach". McGraw-Hill, USA, 1988.
- [15] MATHCAD – Manual de Utilização.
- [16] MATHIAS, M. A. "Estudo da Aplicação do Método TLM – 2D à Análise de Campos Eletromagnéticos". Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1998.

# ANEXO 1

## GUIAS DE ONDAS RETANGULARES

### A.1.1. INTRODUÇÃO

Para guiar energia eletromagnética de um ponto, *fonte*, a outro, *carga*, pode-se utilizar uma linha de transmissão ou um guia de ondas. Embora possa-se considerar a primeira como um caso particular do segundo, eles diferem em alguns aspectos:

⇒ uma linha de transmissão pode suportar somente ondas eletromagnéticas transversais (*modo de propagação TEM*), enquanto que um guia de ondas pode suportar várias configurações de campo;

⇒ em frequências de microondas, aproximadamente de 3 – 300 GHz, as linhas de transmissão tornam-se ineficientes, devido ao efeito *skin* e às perdas dielétricas. Porém, os guias de ondas são utilizados nestas bandas de frequência para obter-se uma largura de banda maior e uma atenuação menor do sinal;

⇒ uma linha de transmissão pode operar de uma frequência zero ( $f = 0$ ) até uma frequência muito alta. Entretanto, um guia de ondas pode somente operar acima de uma determinada frequência chamada de *frequência de corte* e, portanto, comporta-se como um filtro passa - alta. Então, os guias de ondas não podem transmitir sinais contínuos, tornando-se excessivamente grandes em frequências abaixo das frequências de microondas [12] [14].

Embora um guia de ondas possa assumir qualquer seção transversal arbitrária, mas uniforme, os guias de ondas mais comuns são os retangulares ou os circulares.

## A.2. GUIAS DE ONDAS RETANGULARES

Considere-se o guia de ondas retangular mostrado na figura A.1.1.

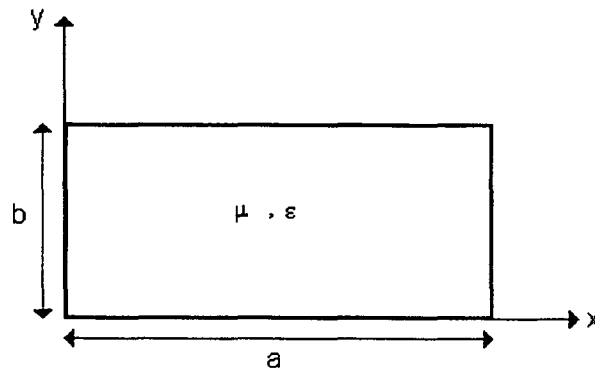


Figura A.1.1 – Guia de ondas retangular.

A onda que se propaga em um guia de ondas retangular, pode apresentar configurações distintas de campo, as quais são chamadas de *modos*. Podem existir quatro modos diferentes de propagação, assim denominados [12] [14]:

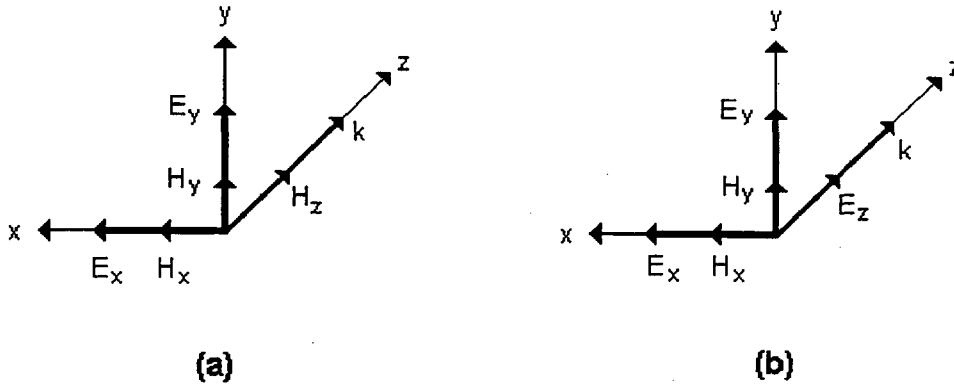
**Modo TEM ( $E_z = 0 = H_z$ ):** este é o modo *eletromagnético transversal (TEM)*, no qual ambos os campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  são transversais à direção de propagação da onda. Como  $E_z = 0 = H_z$ , observa-se que um guia de onda retangular não pode suportar o modo TEM.

**Modo TE ( $E_z = 0, H_z \neq 0$ ):** para este caso, as componentes do campo elétrico  $E_x$  e  $E_y$  são transversais à direção de propagação da onda. Sob estas condições, diz-se que os campos estão em modo *elétrico transversal (TE)*, conforme apresentado na figura A.1.2.(a).

**Modo TM ( $E_z \neq 0, H_z = 0$ ):** neste caso, as componentes de campo magnético  $H_x$  e  $H_y$  são transversais à direção de propagação da onda. Então, tem-se o modo *magnético transversal (TM)*, conforme apresentado na figura A.1.2.(b).



**Modo HE ( $E_z \neq 0, H_z \neq 0$ ):** este é o caso quando nem o campo elétrico ou o campo magnético, são transversais à direção de propagação da onda. Algumas vezes, refere-se a este modo como modo *híbrido*.



**Figura A.1.2 – Componentes de campos eletromagnéticos em um guia de ondas retangular: (a) modo TE,  $E_z = 0$  e (b) modo TM,  $H_z = 0$ .**

A constante de propagação,  $\gamma$ , para um guia de ondas retangular é dada pela expressão [12] [14]:

$$\gamma = \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2 - k^2} \quad (\text{A.1.1})$$

Onde:  $m$  e  $n$  são números inteiros que definem a configuração dos modos TE e TM;  
 $a$  e  $b$  são as dimensões do guia;  
 $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$  é o número de onda.

$$\text{Se } k^2 = \omega^2 \mu\epsilon = \left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2, \quad \gamma = 0$$

Logo, não há propagação no guia. O valor de  $\omega$  que provoca isto, é chamado de *freqüência de corte*  $\omega_c$ , isto é [12][14]:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2} \quad (\text{A.1.2})$$

Então, para cada modo *TE* ou *TM* caracterizado por um conjunto de inteiros *m* e *n*, existe uma *freqüência de corte*  $f_c$  correspondente, abaixo da qual ocorre atenuação e acima da qual, a propagação ocorre. Portanto, o guia de ondas comporta-se como um filtro passa - alta. A freqüência de corte é obtida da equação (A.1.2) como [12] [14]:

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left[\frac{m\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{n\pi}{b}\right]^2} \quad (\text{A.1.3})$$

Onde:  $\mu$  é a permeabilidade magnética do dielétrico que preenche o guia de ondas;

$\varepsilon$  é a permissividade elétrica do dielétrico que preenche o guia de ondas;

*a* e *b* são as dimensões do guia de ondas;

*m* e *n* são números inteiros que definem a configuração dos modos *TE* e *TM*.

## ANEXO 2

### TELA DE ENTRADA DE DADOS DOS PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

ENTRE COM O NUMERO DE NOS NA DIRECAO X:  
50

ENTRE COM O NUMERO DE NOS NA DIRECAO Y:  
25

ENTRE COM O ESPACAMENTO ENTRE OS NOS:  
0.0004

ENTRE COM O NUMERO DE ITERACOES:  
5000

EXCITACAO

TIPO DE EXCITACAO: EX, EY OU HZ ?  
hz

VALOR MINIMO DA COORDENADA DE EXCITACAO NA DIRECAO X:  
1

VALOR MAXIMO DA COORDENADA DE EXCITACAO NA DIRECAO X:  
1

VALOR MINIMO DA COORDENADA DE EXCITACAO NA DIRECAO Y:  
1

VALOR MAXIMO DA COORDENADA DE EXCITACAO NA DIRECAO Y:  
25

SAIDA

TIPO DE SAIDA: EX,EY OU HZ ?  
hz

ENTRE COM a COORDENADA DO PONTO DE SAIDA NA DIRECAO X:  
25

ENTRE COM a COORDENADA DO PONTO DE SAIDA NA DIRECAO Y:  
10

ENTRE COM O NOME DO ARQUIVO PARA GRAVACAO DE RESULTADOS:  
guia